

**CORRECTION DU DEVOIR N°06**

**Exercice 1 :**

Un club de remise en forme propose, outre l'accès aux salles de musculation, des cours collectifs pour lesquels un supplément est demandé lors de l'inscription. Une fiche identifie chaque membre et son type d'abonnement : avec ou sans cours collectif.

Une étude sur les profils des membres de ce club a montré que :

40% des membres sont des hommes et 65% des membres sont inscrits aux cours collectifs.

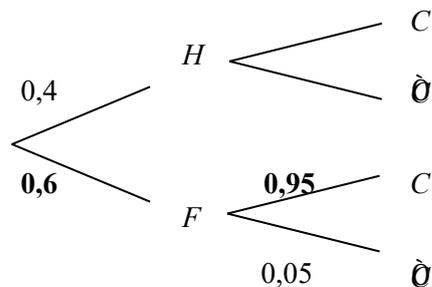
Parmi les femmes, membres de ce club, seulement 5% ne sont pas inscrites aux cours collectifs.

On choisit une fiche au hasard et on considère les événements suivants :

- $H$  : « la fiche est celle d'un homme »,
- $F$  : « la fiche est celle d'une femme »,
- $C$  : « la fiche est celle d'un membre inscrit à des cours collectifs ».

1- Donner les probabilités suivantes :  $p(H), p_F(C)$

Traduisons l'énoncé



et  $p(C) = 0,65$

**Conclusion :**  $p(H)=0,4$  et  $p_F(C)=1- P_F(\bar{O})=1- 0,05=0,95$ .

2- Déterminer d'être une femme inscrite à des cours collectifs

$$p(F \cap C) = p(F)p_F(C) = (1 - p(H))p_F(C) = 0,6 \times 0,95 = 0,57$$

**Conclusion :** la probabilité d'être une femme inscrite à des cours collectifs est de 0,57

3- Montrer que  $p(H \cap C) = 0,08$ .

$H$  et  $F$  forment un système complet d'événements donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$p(C) = p(H \cap C) + p(F \cap C)$$

$$\text{donc } p(H \cap C) = p(C) - p(F \cap C) = 0,65 - 0,57 = 0,08$$

**Conclusion :**  $p(H \cap C) = 0,08$ .

4- On tire la fiche d'un homme, quelle est la probabilité que celui-ci soit inscrit aux cours collectifs ?

$$p(H) = 0,4 \neq 0 \text{ donc } p_H(C) = \frac{p(H \cap C)}{p(H)} = \frac{0,08}{0,4} = \frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0,2$$

**Conclusion :** la probabilité d'être inscrit aux cours collectifs sachant qu'on est un homme est 0,2

5- On choisit au hasard une fiche d'un membre non inscrit aux cours collectifs. Quelle est la probabilité que ce soit celle d'un homme ?

$$p(\bar{O}) = 1 - p(C) = 1 - 0,65 = 0,35 \neq 0$$

$$p_{\bar{O}}(H) = \frac{p(H \cap \bar{O})}{p(\bar{O})} = \frac{0,32}{0,35} = \frac{32}{35}$$

$$\text{car } p(H \cap \bar{O}) = p(H)p_H(\bar{O}) = p(H)(1 - p_H(C)) = 0,4(1 - 0,2) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$$

**Conclusion :** la probabilité d'être un homme sachant qu'on est non inscrit aux cours collectifs est  $\frac{32}{35}$

6- Pour vérifier la bonne tenue de son fichier, la personne chargée de la gestion de ce club prélève une fiche au hasard et la remet après consultation. Elle procède ainsi trois fois de suite. Quelle est la probabilité qu'au moins une des fiches soit celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs ?

On note  $C_k$  l'événement « la fiche n°k est celle d'un membre inscrit à des cours collectifs ». »  
d'où  $P(C_k) = P(C) = 0,65$

On note  $X$  le nombre de personnes non inscrites aux cours collectifs

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - p(C_1 \cap C_2 \cap C_3) = 1 - p(C_1)p(C_2)p(C_3) \text{ car les choix sont indépendants}$$

$$= 1 - (0,65)^3$$

**Conclusion :** la probabilité qu'au moins une des fiches soit celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs est  $1 - (0,65)^3$

### Exercice 2 :

On dispose de deux urnes  $U$  et  $V$ . L'urne  $U$  contient 5 boules noires et 3 boules blanches et l'urne  $V$  contient 6 boules noires et 2 boules blanches.

On choisit une urne au hasard puis on extrait une boule.

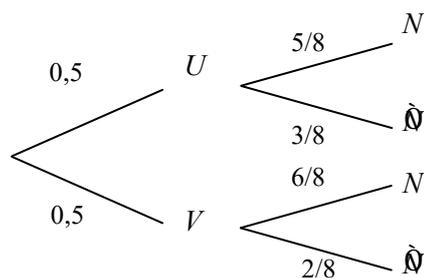
1- Quelle est la probabilité que cette boule soit noire ?

Traduisons la situation par un arbre pondéré

On note  $U$  l'événement : « l'urne choisie est l'urne  $U$  »

$V$  l'événement : « l'urne choisie est l'urne  $V$  »

$N$  l'événement : « la boule tirée est noire »



$U$  et  $V$  forment un système complet d'événements donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(N) = P(N \cap U) + P(N \cap V)$$

$$= P(U)P_U(N) + P(V)P_V(N)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{8} = \frac{5+6}{16} = \frac{11}{16}$$

**Conclusion** : la probabilité que la boule soit noire est  $\frac{11}{16}$

2- On constate que la boule est noire. Calculer la probabilité qu'elle proviennet de l'urne U.

$$P(N) = \frac{11}{16} \neq 0 \text{ donc } P_N(U) = \frac{P(N \cap U)}{P(N)} = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{11}{16}} = \frac{5}{11}$$

**Conclusion** : la probabilité que la boule proviennet de l'urne U sachant qu'elle est noire est  $\frac{5}{11}$

**Exercice 3 :**

Résoudre les équations et inéquations suivantes

1-  $\underline{-3x+7 < x+3}$

$D = \mathbb{R}$

$$-3x+7 < x+3$$

$$-4x < -4$$

$$x > 1$$

$$S = ]1, +\infty[$$

2-  $\underline{\frac{12x+5}{7} \geq x-1}$

$D = \mathbb{R}$

$$\frac{12x+5}{7} \geq x-1$$

Après mise au même dénominateur (7) il vient :

$$12x+5 \geq 7x-7$$

$$5x \geq -12$$

$$x \geq -\frac{12}{5}$$

$$S = \left] -\frac{12}{5}, +\infty \right[$$

3-  $\underline{8-7(x-1)+3(2x+3) = -4x}$

$D = \mathbb{R}$

$$8-7(x-1)+3(2x+3) = -4x$$

$$8-7x+7+6x+9 = -4x$$

$$24-x = -4x$$

$$3x = -24$$

$$x = -\frac{24}{3} = -8 \in D$$

$$S = \{-8\}$$

4-  $\underline{x^2-3x = 0}$

$D = \mathbb{R}$

$$x^2-3x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x-3 = 0$$

$$x = 0 \in D \quad \text{ou} \quad x = 3 \in D$$
$$S = \{0; 3\}$$

---

$$5- \underline{e^{2x} - 3e^x = 0}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$e^{2x} - 3e^x = 0$$

$$e^x(e^x - 3) = 0$$

$$e^x = 0 \quad \text{ou} \quad e^x - 3 = 0$$

$$\text{impossible} \quad \text{ou} \quad e^x = 3$$

$$\ln(e^x) = \ln(3)$$

$$x = \ln(3) \in D$$

$$S = \{ \ln(3) \}$$

---

$$6- \underline{2\ln(x-2) = 4}$$

L'équation existe  $\Leftrightarrow x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$$D = ]2, +\infty[$$

$$2\ln(x-2) = 4$$

$$\ln(x-2) = 2$$

$$e^{\ln(x-2)} = e^2$$

$$x - 2 = e^2$$

$$x = 2 + e^2 \in D \text{ comme } e^2 > 0 \text{ on a } 2 + e^2 > 2$$

$$S = \{ 2 + e^2 \}$$

---

$$7- \underline{e^{x^2+3} = -1}$$

$$D = \mathbb{R}$$

Une exponentielle est toujours strictement positive et  $-1 < 0$  donc l'équation est impossible

$$S = \emptyset$$