

FEUILLE D'EXERCICES N°07:
INDEPENDANCE



RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

- ① Rappeler les lois de Morgan
- ② Rappeler les formules de calculs des puissances (avec des a et des e) et des racines carrées, des logarithmiques népériens
- ③ Rappeler les identités remarquables
- ④ Comment déterminer un ensemble de définition (les 3 questions)
- ⑤ Rappeler la résolution de $x^2 = a$ suivant les valeurs de a
- ⑥ Rappeler la méthode de résolution des équations avec ln ou avec exponentielles
- ⑦ Rappeler les formules des probabilités
- ⑧ Que veut dire deux évènements incompatibles ?
- ⑨ Comment calculer $P_A(B)$, $P(A \cap B)$. Que veut dire deux évènements incompatibles ?



PIQURE DE RAPPEL

Exercice A:

1- Développer les expressions suivantes:

$$A = e^{-x}(e^{3x} - 1) \quad B = (x-1)^2 - (3x+1)(x+1)$$

2- Factoriser les expressions suivantes : $D = (x+7)^2 + (6-x)(x+7)$ $E = e^{3x} - e^x$

Exercice B:

Résoudre les équations et inéquations suivantes:

a) $7x = 0$ b) $x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ c) $\ln^2(x) - 2\ln(x) = 0$ d) $7 - e^{-x} = 3$ e) $-x + \frac{1}{3} < x$

Exercice C:

Nommer les fonctions puis déterminer les ensembles de définitions des fonctions suivantes

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 8}$$

$$g(x) = \sqrt{3x - 5} - \sqrt{2x - 1}$$

$$h(x) = \frac{1}{3x^2 - 5x}$$

$$i(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$j(x) = \frac{e^x}{x+3}$$

$$k(x) = \frac{7}{e^{-2x} + 1}$$

$$l(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

$$m(x) = \ln(5x - 2)$$

$$n(x) = \frac{3}{e^x - 1}$$

Exercice 1 :

On lance un dé cubique équilibré et on considère les événements

A : « Obtenir un 6 » et B : « Obtenir un nombre pair ».

Les événements A et B sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Exercice 2 :

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes et on considère les événements :

T : « Obtenir un trèfle » ,

N : « Obtenir une carte noire »

R : « Obtenir un roi » .

Les événements T et N sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Les événements T et R sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Les événements R et N sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Exercice 3 :

On lance deux dés cubiques équilibrés et on considère les événements

A : « La somme des faces est divisible par 3 »

B : « La somme des faces est inférieure ou égale à 8 »

Les événements A et B sont-ils indépendants? incompatibles?

Exercice 4 :

Soit A un événement de probabilité $\frac{2}{5}$. Est-il indépendant de lui même ?

Exercice 5 :

On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,3$

1- Calculer les probabilités de $A \cap B$ et de $A \cup B$ si A et B sont incompatibles.

2- Calculer les probabilités de $A \cap B$ et de $A \cup B$ si A et B sont indépendants.

Exercice 6 :

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.

Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.

On note R_1 l'évènement : « le premier tir au but est réussi »

et R_2 l'évènement : « le second tir au but est réussi » .

- 1- Traduire l'énoncé en terme de probabilité à l'aide des événements donnés et faire un arbre si cela est possible.
- 2- Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
- 3- a) Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.
b) Les événements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- 4- On note A l'évènement : « Jean a réussi exactement un tir au but ». Montrer que $P(A) = 0,34$.

Exercice 7 :

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55 % des élèves possèdent un ordinateur. Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98 % possèdent un téléphone portable.

De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60 % possèdent un ordinateur.

Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième donc les pourcentages à l'unité.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : on choisit au hasard un élève de ce lycée.

On note :

- M l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ;
- T l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ;

- 1-
 - a) Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.
 - b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.

- 2-
 - a) On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement T .
Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.
 - b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

Partie B : on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.

On note E l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».

Calculer la probabilité de l'évènement E .