CORRECTION DU DEVOIR N°07

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes

a) $x^2 = 3x - 8$

$\boldsymbol{D = \mathbb{R}}$

$x^2 = 3x - 8$

$x^2 - 3x + 8 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4\times 8\times 1 = 9 - 32 = -23$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution.

$\boxed{S = \varnothing}$

---

b) $3x^2 + 4x - 7 = 0$

$\boxed{D = \mathbb{R}}$

$3x^2 + 4x - 7 = 0$

1 est racine évidente car $3 + 4 - 7 = 0$

$3x^2 + 4x - 7 = 0$

$(x-1)(3x+7) = 0$

$x - 1 = 0$ ou $3x + 7 = 0$

$x = 1 \in D$ ou $x = -\dfrac{7}{3} \in D$

$\boxed{\mathbf{S = \left\{1, -\frac{7}{3}\right\}}}$

---

c) $\ln(x+1) + \ln(2x+1) = 0$

L'équation existe $\Leftrightarrow x + 1 > 0$ et $2x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow x > -1$ et $x > -\dfrac{1}{2}$

$\boldsymbol{D = \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[}$

$\ln(x+1) + \ln(2x+1) = 0$

$\ln(x+1)(2x+1) = 0$

$e^{(x+1)(2x+1)} = e^0$

$(x+1)(2x+1) = 1$

$2x^2 + 3x + 1 = 1$

$2x^2 + 3x = 0$

$x(2x+3) = 0$ pas de "c" donc factorisation par x

$x = 0 \in D$ ou $2x + 3 = 0$

$x = -\dfrac{3}{2} \notin D$

$\boxed{S = \{0\}}$

---

d) $e^{x^2+5x+6}=1$

$\boldsymbol{D=\mathbb{R}}$
$\ln(e^{x^2+5x+6})=\ln(1)$
$x^2+5x+6=0$
-2 est racine évidente car $4-10+6=0$
$x^2+5x+6=0$
$(x+2)(x+3)=0$
$x+2=0$ ou $x+3=0$
$x=-2\in D$ ou $x=-3\in D$
$\boxed{\boldsymbol{S=\{-2,\ -3\}}}$

---

e) $\dfrac{x+4}{2x+3}=x$

L'équation existe $\Leftrightarrow 2x+3\neq 0$
$\Leftrightarrow x\neq -\dfrac{3}{2}$

$\boxed{\boldsymbol{D=\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}}}$

$\dfrac{x+4}{2x+3}=x$
$x+4=x(2x+3)$
$x+4=2x^2+3x$
$2x^2+2x-4=0$
$x^2+x-2=0$
1 est racine évidente car $1+1-2=0$
$x^2+x-2=0$
$(x-1)(x+2)=0$
$x-1=0$ ou $x+2=0$
$x=1\in D$ ou $x=-2\in D$
$\boxed{\boldsymbol{S=\{1,\ -2\}}}$

<u>Exercice 2 :</u>
Les places d'une salle de cinéma sont toutes occupées. Le film proposé est une rediffusion d'une comédie à grand succès. Dans cette salle, les hommes représentent 25 % des spectateurs, les femmes $\dfrac{2}{5}$ des spectateurs et les autres spectateurs sont des enfants.
$\dfrac{1}{5}$ des hommes et 30% des femmes ont déjà vu ce film au moins une fois. À la fin de la projection, on interroge au hasard une personne sortant de la salle.
On appelle :
H l'évènement : « la personne interrogée est un homme »
F l'évènement : « la personne interrogée est une femme »
E l'évènement : « la personne interrogée est un enfant »
V l'évènement : « la personne interrogée avait déjà vu le film avant cette projection »

Les réponses seront données sous forme décimales.

1- À l'aide des notations ci-dessus, traduire la situation décrite en terme de probabilité et faire un arbre si cela est possible.

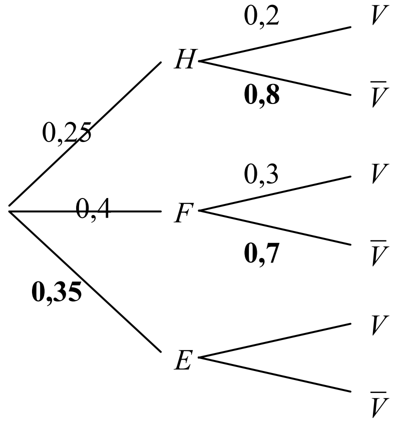
$P(H)=0{,}25$

$P(F)=\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=0{,}4$

$P_H(V)=\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=0{,}2$

$P_F(V)=0{,}3$

Traduisons la situation par un arbre pondéré



2- Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement $H\cap V$ puis calculer sa probabilité.
$H\cap V$ est l'événement :« la personne interrogée est un homme ayant déjà vu le film avant cette projection »

$$P(H\cap V)=P(H)P_H(V)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}=\frac{5}{100}=0{,}05.$$

Conclusion : la probabilité que la personne interrogée soit un homme ayant déjà vu le film avant cette projection est 0,05

3- La probabilité que l'évènement V soit réalisé est égale à 0,345. Calculer $P(\overline{V})$

$P(\overline{V})=1-P(V)=1-0{,}345=0{,}655$

Conclusion : $P(\overline{V})=0{,}655$

4- Déterminer la probabilité que si l'on interroge un enfant, il ait déjà vu ce film au moins une fois avant cette projection.

La question est de déterminer $P_E(V)$

- Calcul de $P(E)$

$P(E)=1-P(H)-P(F)=1-0{,}25-0{,}4=0{,}35$

- <u>Calcul de $P(E\cap V)$</u>

H,F et E forment un système complet d'événement donc d'après la formule des probabilités totales on a :
$P(V)=P(H\cap V)+P(F\cap V)+P(E\cap V)$
d'où $P(E\cap V)=P(V)-P(H\cap V)-P(F\cap V)$

$$=P(V)-P(H\cap V)-P(F)P_F(V)$$
$$=0{,}345-0{,}05-0{,}4\times 0{,}3=0{,}345-0{,}05-0{,}12=0{,}175$$

- <u>Calcul de $P_E(V)$</u>

$P(E)=0{,}35\neq 0$ donc $P_E(V)=\dfrac{P(E\cap V)}{P(E)}=\dfrac{0{,}175}{0{,}35}=\dfrac{175}{350}=\dfrac{1\times 175}{2\times 175}=\dfrac{1}{2}=0{,}5$

<u>Conclusion</u> : la probabilité que si l'on interroge un enfant, il ait déjà vu ce film au moins une fois avant cette projection est égale à 0,5

5- <u>On interroge au hasard et successivement quatre personnes sortant de la salle. On suppose que le nombre de spectateurs est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard d'un spectateur à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection ?</u>

On note V_k l'événement « la personne n° k, interrogée avait déjà vu le film avant cette projection »
d'où $P(V_k)=P(V)=0{,}345$

On note X le nombre de personnes ayant déjà vu le film avant la projection
$P(X\geq 1)=1-P(X=0)$

$$=1-P(\overline{V_1}\cap\overline{V_2}\cap\overline{V_3}\cap\overline{V_4})$$
$$=1-P(\overline{V_1})P(\overline{V_2})P(\overline{V_3})P(\overline{V_4})\text{ car les choix sont indépendants (remise)}$$
$$=1-(0{,}655)^4$$

<u>Conclusion</u> : la probabilité qu'au moins une personne ait déjà vu le film avant cette projection est égale à $1-(0{,}655)^4$