LYCEE JEAN PERRIN **2024-2025**
EC 1

CORRECTION DE L'INTERROGATION ECRITE N°02

Exercice 1 :

Madame Boulard fait un très grand élevage de chats de races. Elle possède des Siamois, des Birmans et des Abyssins. Le printemps dernier, pratiquement toutes ses femelles ont eu des bébés et Madame Boulard a mis une annonce pour signaler qu'elle avait une très grande quantité de petits chatons à vendre.
On sait que :

- 32 % des chatons sont des Siamois, 54 % des chatons sont des Abyssins et le reste est constitué de Birmans.
- Parmi les Siamois, 54 % sont des mâles.
- 66 % des Abyssins sont des femelles.
- Il y a au total 40,96 % de chatons mâles.

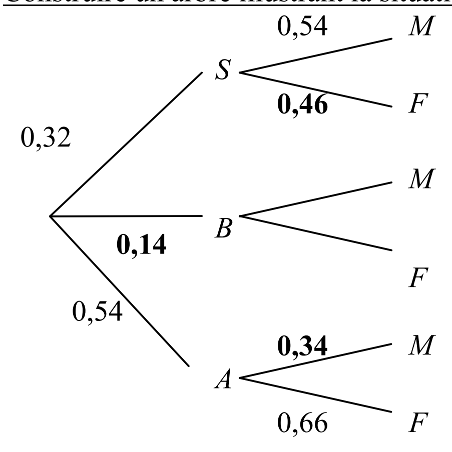
Un petit garçon, Pierre, vient acheter un chaton avec sa mère. Comme ils sont tous adorables et qu'il n'arrive pas à choisir, Pierre décide de le prendre au hasard. On désigne *par* S, B, A, M et F les évènements suivants :

S : « Pierre achète un chaton Siamois » ;
B : « Pierre achète un chaton Birman » ;
A : « Pierre achète un chaton Abyssin » ;
M : « Pierre achète un chaton mâle » ;
F : « Pierre achète un chaton femelle » ;

1- a) Traduire les données de l'énoncé en langage de probabilités.

$p(S) = 0,32$
$p(A) = 0,54$
$p(M) = 0,4096$
$p_S(M) = 0,54$
$p_A(F) = 0,66$

b) Construire un arbre illustrant la situation,



2- a) Déterminer la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Siamois,

$p(M \cap S) = p(S) \times p_S(M) = 0,32 \times 0,54 = 0,1728$

Conclusion: La probabilité que Pierre achète un chaton mâle Siamois est 0,1728

b) Calculer $p(M \cap A)$ et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.

$p(M \cap A) = p(A) \times p_A(M) = p(A) \times (1 - p_A(F)) = 0,54 \times 0,34 = 0,1836$

Conclusion: La probabilité que Pierre achète un chaton mâle Abyssin est 0,1836

c) En déduire que la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Birman est égale à 0,0532.

A,B,S forment un système complet d'évènements donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$p(M) = p(M \cap A) + p(M \cap B) + p(M \cap S)$

donc $p(M \cap B) = p(M) - (p(M \cap A) + p(M \cap S)) = 0,4096 - (0,1836+0,1728) = 0,0532$

<u>Conclusion:</u> La probabilité que Pierre achète un chaton mâle Birman est égale à 0,0532

d) <u>Le chaton acheté par Pierre est un Birman. Quelle est la probabilité que ce soit un mâle ?</u>

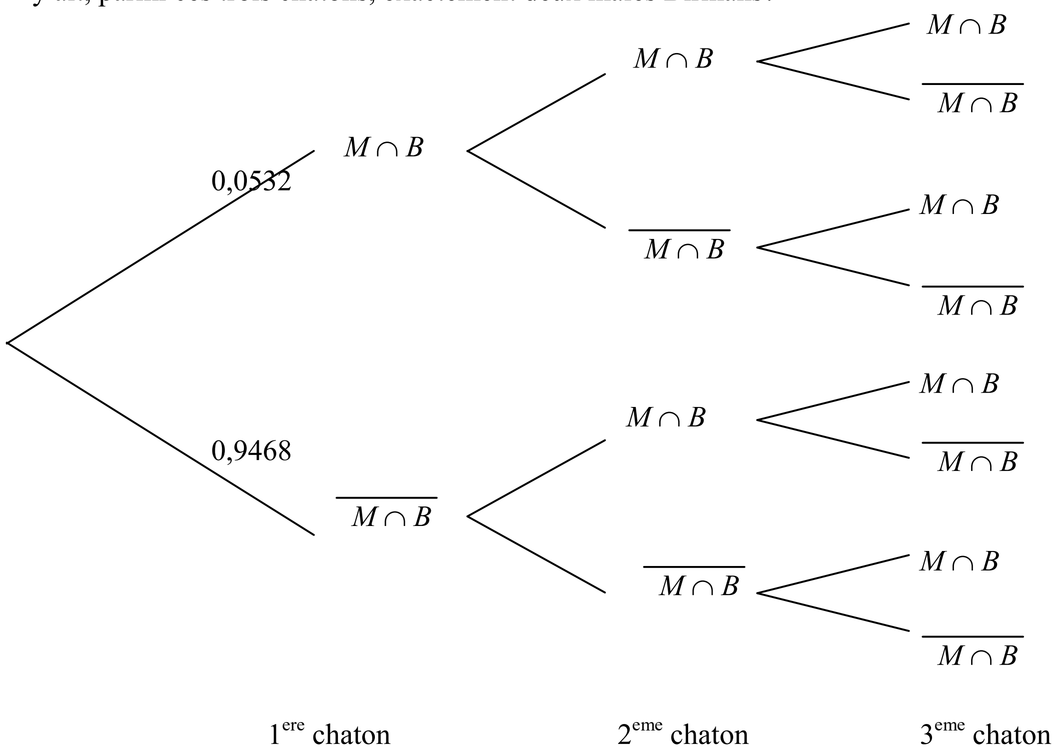
$p(B) = 1 - (p(A) + p(S)) = 0,14 \neq 0$

donc $p_B(M) = \dfrac{p(B \cap M)}{p(B)} = \dfrac{0,0532}{0,14} = 0,38$

<u>Conclusion:</u>

La probabilité que le chaton acheté par Pierre soit un mâle sachant qu'il est Birman est 0,38

3- Finalement, Pierre est tellement séduit par ces chatons qu'il décide d'en acheter trois toujours au hasard. On assimilera ces achats à des tirages successifs avec remise. Quelle est la probabilité qu'il y ait, parmi ces trois chatons, exactement deux mâles Birmans?



On appelle X le nombre de chaton male birman parmi les trois chatons

$p(X=2) = p(\overline{M \cap B} \cap (M \cap B) \cap (M \cap B)) + p((M \cap B) \cap \overline{M \cap B} \cap (M \cap B)) + p((M \cap B) \cap (M \cap B) \cap \overline{M \cap B})$

car les événements sont disjoints

$p(X=2) = 3p(\overline{M \cap B})p((M \cap B))^2$ car les choix des chatons sont indépendants les uns des autres

$p(X=2) = 3(0,9468)(0,0532)^2$

<u>Conclusion:</u>

La probabilité qu'il y ait, parmi ces trois chatons, exactement deux mâles Birmans est $p(X=2)=3(0,9468)(0,0532)^2$

Exercice 2 :

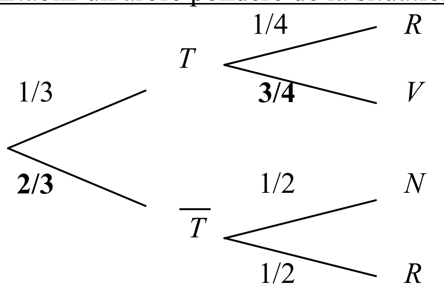
Une urne A contient une boule rouge et trois boules vertes. Une urne B contient deux boules rouges et deux boules noires. Les boules sont indiscernables au toucher.

On dispose d'un dé à 6 faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. On le lance une fois ; si l'on obtient un multiple de 3, on tire au hasard une boule de l'urne A, sinon on tire au hasard une boule de l'urne B.

On note :

- T l'événement "obtenir un multiple de 3 en lançant le dé"
- N l'événement "obtenir une boule noire",.
- R l'événement "obtenir une boule rouge",
- V l'événement "obtenir une boule verte",

1- Établir un arbre pondéré de la situation



2- Calculer la probabilité d'obtenir une boule noire.

$$P(N) = P\left(N \cap \overline{T}\right)$$
$$= P\left(\overline{T}\right) P_{\overline{T}}(N)$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Conclusion : $P(N) = \frac{1}{3}$

3- Quelle est la couleur qui a la plus grande probabilité de sortir ? (on calculera les probabilités des trois couleurs)

Calculons la probabilité des trois couleurs. On a déjà calculé $P(N) = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

$$P(V) = P(V \cap T)$$
$$= P(T) P_T(V)$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

T et $\overline{T}$ forment un système complet d'événements donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(R) = P(R \cap T) + P\left(R \cap \overline{T}\right)$$
$$= P(T) P_T(R) + P\left(\overline{T}\right) P_{\overline{T}}(R)$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{1+4}{12} = \frac{5}{12}$$

donc $P(R) > P(N) > P(V)$

Conclusion : C'est donc la couleur rouge qui a le plus de chance de sortir

4- Quelle est la probabilité que la boule tirée provienne de l'urne B sachant qu'elle est rouge ?

$$P(R)=\frac{5}{12}\neq 0 \text{ donc } P_R(\overline{T})=\frac{P(R\cap\overline{T})}{P(R)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}}{\frac{5}{12}}=\frac{1}{3}\times\frac{12}{5}=\frac{4}{5}$$

<u>Conclusion</u> : la probabilité que la boule tirée provienne de l'urne B sachant qu'elle est rouge est $\frac{4}{5}$

<u>Exercice 3 :</u>

<u>Résoudre les équations suivantes:</u>

1- $2x=0$

$\boldsymbol{D=\mathbb{R}}$

$2x=0$
$x=0\in D$

$\boxed{\boldsymbol{S=\{0\}}}$

2- $7x+1=-3x+2$

$\boldsymbol{D=\mathbb{R}}$

$7x+1=-3x+2$
$10x=1$
$x=\frac{1}{10}\in D$

$\boxed{\boldsymbol{S=\left\{\frac{1}{10}\right\}}}$

3- $5(x-1)+2(-x+2)=3$

$\boldsymbol{D=\mathbb{R}}$

$5(x-1)+2(-x+2)=3$
$5x-5-2x+4=3$
$3x-1=3$
$3x=4$
$x=\frac{4}{3}\in D$

$\boxed{\boldsymbol{S=\left\{\frac{4}{3}\right\}}}$

4- $\frac{x+3}{5}-\frac{x+2}{2}=1$

$\boldsymbol{D=\mathbb{R}}$

$\frac{x+3}{5}-\frac{x+2}{2}=1$
$2(x+3)-5(x+2)=10$ après mise au même dénominateur 10
$2x+6-5x-10=10$
$-3x-4=10$
$-3x=14$

$x=-\dfrac{14}{3} \in D$

$\boxed{S=\left\{-\dfrac{14}{3}\right\}}$

5- $\dfrac{5}{-x+2}+\dfrac{4}{2x+5}=0$

L'équation existe $\Leftrightarrow -x+2 \neq 0$ et $2x+5 \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq 2$ et $x \neq -\dfrac{5}{2}$

$D=\mathbb{R}-\left\{2,\ -\dfrac{5}{2}\right\}$

$\dfrac{5}{-x+2}+\dfrac{4}{2x+5}=0$

$5(2x+5)+4(-x+2)=0$ après mise au même dénominateur $(2x+5)(-x+2)$

$10x+25-4x+8=0$

$6x+33=0$

$x=-\dfrac{33}{6}=-\dfrac{11}{2} \in D$

$\boxed{S=\left\{-\dfrac{11}{2}\right\}}$

6- $(x+2)(1-x)=0$

$D=\mathbb{R}$

$(x+2)(1-x)=0$

$x+2=0$ ou $1-x=0$

$x=-2 \in D$ ou $x=1 \in D$

$\boxed{S=\{-2,\ 1\}}$

7- $x^2+3x=0$

$D=\mathbb{R}$

$x^2+3x=0$ pensez à factoriser…..

$x(x+3)=0$

$x=0 \in D$ ou $x+3=0$

$x=-3 \in D$

$\boxed{S=\{0,\ -3\}}$

8- $(x+2)^2=(x+3)(x+2)$

$D=\mathbb{R}$

$(x+2)^2=(2x+3)(x+2)$ pensez à passer tous du même coté et factoriser…..

$(x+2)^2-(2x+3)(x+2)=0$

$(x+2)[(x+2)-(2x+3)]=0$

$(x+2)(-x-1)=0$

$x+2=0$ ou $-x-1=0$

$x=-2 \in D$ ou $x=-1 \in D$

$\boxed{S=\{-1,\ -2\}}$

9- $(x^2-1)(x^2+2)=0$

$D=\mathbb{R}$

$(x^2-1)(x^2+2)=0$
$x^2-1=0$ ou $x^2+2=0$
$x^2=1$ ou $x^2=-2$
$x=\sqrt{1}=1 \in D$ ou équation impossible car $-2<0$
ou $x=-1 \in D$

$\boxed{S=\{-1, 1\}}$

10- $\ln(1-2x)=0$

L'équation existe $\Leftrightarrow 1-2x>0$
$\Leftrightarrow -2x>-1$
$\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{2}$

$D=\left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right[$

$\ln(1-2x)=0$
$e^{\ln(1-2x)}=e^0$
$1-2x=1$
$-2x=0$
$x=0 \in D$
$\boxed{S=\{0\}}$

11- $3\ln(x)-9=0$

L'équation existe $\Leftrightarrow x>0$

$D=\mathbb{R}_+^*$

$3\ln(x)-9=0$
$3\ln(x)=9$
$\ln(x)=\dfrac{9}{3}$
$e^{\ln(x)}=e^3$
$x=e^3 \in D$
$\boxed{S=\{e^3\}}$

12- $\ln(x-2)+\ln(x+2)=\ln(45)$

L'équation existe $\Leftrightarrow x-2>0$ et $x+2>0$
$\Leftrightarrow x>2$ et $x>-2$
Pour déterminer D on pourra s'aider d'un dessin

$D=]2, +\infty[$

$\ln(x-2)+\ln(x+2)=\ln(45)$

$\ln(x-2)(x+2) = \ln(45)$
$\ln(x^2-4) = \ln(45)$
$e^{\ln(x^2-4)} = e^{\ln(45)}$
$x^2-4 = 45$
$x^2 = 49$
$x = \sqrt{49} = 7 \in D$ ou $x = -7 \notin D$

$\boxed{\mathbf{S=\{7\}}}$

13- $\boldsymbol{e^{4x+1}=1}$

$\boldsymbol{D}=\mathbb{R}$

$e^{4x+1} = 1$
$\ln(e^{4x+1}) = \ln(1)$
$4x+1 = 0$
$4x = -1$
$x = -\frac{1}{4} \in D$

$\boxed{\boldsymbol{S}=\left\{-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\right\}}$

14- $\boldsymbol{e^{3x-5} - e^{-x+2} = 0}$

$\boldsymbol{D}=\mathbb{R}$

$e^{3x-5} - e^{-x+2} = 0$
$e^{3x-5} = e^{-x+2}$

$\ln(e^{3x-5}) = \ln(e^{-x+2})$
$3x-5 = -x+2$
$4x = 7$
$x = \frac{7}{4}$

$\boxed{\boldsymbol{S}=\left\{\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}\right\}}$

15- $\boldsymbol{e^{x^2-1} = -2}$

$\boldsymbol{D}=\mathbb{R}$

L'équation est impossible car une exponentielle est toujours strictement positive

$\boxed{\mathbf{S}=\varnothing}$

16- $\sqrt{2x+1} = 4$
L'équation existe $\Leftrightarrow\ 2x+1 \geq 0$
$\Leftrightarrow\ x \geq -\frac{1}{2}$

$\boldsymbol{D}=\left[-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, +\infty\right[$

$\sqrt{2x+1} = 4$
$\sqrt{2x+1}^{\,2} = 4^2$
$2x+1 = 16$

$2x = 15$

$x = \dfrac{15}{2} \in D$

$\boxed{\boldsymbol{S = \left\{\dfrac{15}{2}\right\}}}$

17- $x^2 + x + 7 = 0$

$\boldsymbol{D = \mathbb{R}}$

$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 7 = 1 - 28 = -27$

$\Delta < 0$ donc l'équation n'admet pas de solution

$\boxed{\boldsymbol{S = \varnothing}}$

18- $5x^2 + 12x + 4 = 0$

$\boldsymbol{D = \mathbb{R}}$

$\Delta = 12^2 - 4 \times 5 \times 4 = 144 - 80 = 64$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions

$x_1 = \dfrac{-12 - 8}{10} = \dfrac{-20}{10} = -2 \in D$

$x_2 = \dfrac{-12 + 8}{10} = \dfrac{-4}{10} = -\dfrac{-2}{5} \in D$

$\boxed{\boldsymbol{S = \left\{-2\ ; -\dfrac{2}{5}\right\}}}$

19- $25x^2 - 10x + 1 = 0$

$\boldsymbol{D = \mathbb{R}}$

$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 25 = 100 - 100 = 0$

$\Delta > 0$ donc l'équation admet une seule solution

$x_1 = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5} \in D$

$\boxed{\boldsymbol{S = \left\{\dfrac{1}{5}\right\}}}$

20- $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$\boldsymbol{D = \mathbb{R}}$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

on pose $y = x^2$

l'équation devient $y^2 - 5y + 4 = 0$

$\Delta = 25 - 4 \times 1 \times 4 = 25 - 16 = 9 = 3^2$

$y_1 = \dfrac{5 - 3}{2} = 1$ ou $y_2 = \dfrac{5 + 3}{2} = 4$

or $y = x^2$

d'où

$x^2 = 1$ ou $x^2 = 4$

$x = 1 \in D$ ou $x = -1 \in D$ ou $x = \sqrt{4} = 2 \in D$ ou $x = -2 \in D$

$\boxed{\boldsymbol{S = \{-1\ ;1\ ;2\ ;-2\}}}$

21- $-5x^3+7x^2+21x+9=0$ (méthode de la division)

$\boldsymbol{D}=\mathbb{R}$

-1 est racine évidente car $5+7-21+9=0$ donc le polynôme se factorise par $(x+1)$

$$\begin{array}{rrrrrrrr|l}
 & -5x^3 & + & 7x^2 & + & 21x & + & 9 & x+1 \\
\cline{9-9}
- & -5x^3 & - & 5x^2 & & & & & -5x^2+12x+9 \\
\cline{2-4}
 & & & 12x^2 & + & 21x & & & \\
 & & - & 12x^2 & + & 12x & & & \\
\cline{4-6}
 & & & & & 9x & + & 9 & \\
 & & & & - & 9x & + & 9 & \\
\cline{6-8}
 & & & & & & & 0 &
\end{array}$$

$-5x^3+7x^2+21x+9=0$

$(x+1)(-5x^2+12x+9)=0$

$x+1=0$ ou $-5x^2+12x+9=0$

$x=-1\in D$

$\Delta=144-4(-5)(9)=324=18^2$

$x_1=\dfrac{-12-18}{-10}=3\in D$ ou $x_2=\dfrac{-12+18}{-10}=-\dfrac{3}{5}\in D$

$\boxed{\boldsymbol{S}=\left\{-1\ ;\ 3\ ;\ -\dfrac{3}{5}\right\}}$

22- $x^3-3x^2=-4$ (méthode de Horner)

$\boldsymbol{D}=\mathbb{R}$

$x^3-3x^2+4=0$

-1 est racine évidente car $-1-3+4=0$

donc je peux factoriser le polynôme par $(x+1)$

	1	−3	**0**	4
−1		−1	4	−4
	1	−4	4	0

$x^3-3x^2+4=0$

$(x+1)(x^2-4x+4)=0$

$x+1=0$ ou $x^2-4x+4=0$

$x=-1\in D$ $\quad(x-2)^2=0$

$x=2\in D$

$\boxed{\boldsymbol{S}=\{-1\ ;2\}}$
