FEUILLE D'EXERCICES N°9:
RAPPELS SUR LES SUITES

RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

① Rappeler les lois de Morgan
② Rappeler les formules de calculs des puissances (avec des a et des e), des racines carrées et des logarithmiques népériens
③ Rappeler les identités remarquables
④ Comment déterminer un ensemble de définition (les 3 questions)
⑤ Rappeler la résolution de $x^2 = a$ suivant les valeurs de a. Rappeler la méthode de résolution des équations avec ln ou avec exponentielles
⑥ Que veut dire : deux évènements incompatibles ? deux évènements indépendants?
⑦ Comment calculer $P_A(B)$, $P(A\cap B)$
⑧ Donner les formules de résolution d'une équation de degrés 2
⑨ Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2

PIQURE DE RAPPEL

Exercice A:
Résoudre les équations suivantes (pensez aux racines évidentes)

a) $x^2-7x+6=0$ **b)** $5x^2+9x+4=0$ **c)** $-x^2+\frac{1}{2}x=0$

d) $-2x^2+7x-6=0$ **e)** $6x^2+7x-1=0$ **f)** $3x^2+x-4=0$

Exercice B:
Résoudre les équations et inéquations suivantes:

a) $7x=0$ **b)** $x=\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$ **c)** $\ln^2(x)-2\ln(x)=0$ **d)** $7-e^{-x}=3$ **e)** $-x+\frac{1}{3}<x$

f) $\ln^2(x)+\ln(x)-2=0$ **g)** $\ln(x^2+x)=\ln(6)$ **h)** $\ln(x)+\ln(x+1)=\ln(6)$

Exercice C:
Dresser le tableau d'étude signes des fonctions suivantes:

$f(x)=-x+5$ $g(x)=3x+2$ $h(x)=(2x+3)(-x+1)$ $i(x)=x^2-3x+2$

$j(x)=-4x+12$ $k(x)=2-x$ $l(x)=\dfrac{x+1}{-x+5}$ $m(x)=(3x^3-5x+2)e^{-x}$

Exercice D:
Deux ateliers A et B fabriquent des stylos pour une entreprise.
L'atelier A fabrique 60% des stylos, et parmi ceux-là, 5% possèdent un défaut de fabrication.
De plus, 1% des stylos possèdent un défaut de fabrication et sortent de l'atelier B.
Un stylo est prélevé au hasard dans le stock de l'entreprise.
On considère les évènements suivants :
A : « Le stylo a été fabriqué par l'atelier A » B : « Le stylo a été fabriqué par l'atelier B »
D : « Le stylo possède un défaut de fabrication »

1- Calculer la probabilité qu'un stylo provienne de l'atelier A et possède un défaut de fabrication.
2- Calculer la probabilité qu'un stylo possède un défaut de fabrication .
3- On prélève un stylo au hasard dans l'atelier B. Quelle est la probabilité qu'il possède un défaut ?
4- On choisit trois stylos au hasard, indépendamment les uns des autres. Quelle est la probabilité qu'au moins un stylo présente un défaut ?

Exercice 1 : Suites définies par une formule explicite

1- (u_n) est une suite définie par : $\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$. Calculer u_4 , u_5 et u_{12}

2- (v_n) est une suite définie par : $\forall\ n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \sqrt{n-1}$. Calculer les trois premiers termes .

Exercice 2 :

Recopier et compléter le tableau suivant

terme précédent	rang du terme précédent	terme	terme suivant	rang du terme suivant
		u_n		
		u_{n+5}		
		u_{n-3}		
	$n+1$			
u_{n+8}				
			u_{n+2}	
				$n-1$

Exercice 3 : Suites définies par une relation de récurrence

1- (u_n) est une suite définie par : $\forall\ n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$.

a) Calculer u_1 puis u_3

b) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}

c) Écrire u_{n+3} en fonction de u_{n+2}

2- (u_n) est une suite définie par : $u_1 = -1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n}$

a) Calculer u_2, u_3 et u_4 .

b) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}

c) Écrire u_{n-3} en fonction de u_{n-4}

3- (u_n) est une suite définie par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ \forall n \in \mathbb{N}\ , u_{n+1} = nu_n + 5 \end{cases}$

a) Calculer u_1, u_2 et u_3.

b) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}

c) Écrire u_{n+2} en fonction de u_{n+1}

4- (u_n) est une suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \text{ et } u_1 = 1 \\ \forall\ n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases}$

a) Calculer u_2 ,u_3 et u_4

b) Écrire u_n en fonction de u_{n-1} et u_{n-2}

c) Écrire u_{n+3} en fonction de u_{n+2} et u_{n+1}

5- (u_n) est une suite définie par : $\begin{cases} u_1 = 4 \\ \forall\ n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 5u_n - 2n \end{cases}$

a) Calculer u_2 ,u_3 et u_4

b) Écrire u_n en fonction de u_{n-1}

c) Écrire u_{n-5} en fonction de u_{n-6}

Exercice 4 :

Soit (u_n) la suite définie par son terme général $u_n = \dfrac{1}{2n+1}$

1- Calculer u_{n+2} en fonction de *n*.
2- Calculer u_{2n} en fonction de *n*.
3- Calculer u_{n^2} en fonction de *n*.
4- Calculer pour $n \geq 3$, u_{n-3} en fonction de *n*.

Exercice 5 :

Pour chacune des suites définies calculer les termes u_1, u_2, u_{10} (quand cela reste "possible")
Puis calculer les termes u_{n+2} , u_n+1 ; u_{2n} , u_{2n+1}

1- $u_n = \dfrac{n-3}{n}$

2- $u_0 = 6$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n$

3- $u_n = -\dfrac{3}{n-1}$

4- $u_0 = -2$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -u_n + 4$

5- $u_n = 2(n-1)^2 - 5$

6- $u_0 = 1$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1$

7- $u_n = (-1)^{n+1} + n$

9- $u_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \ldots \dfrac{1}{n}$

Exercice 6 :

Écrire les expressions suivantes sans le symbole Σ (avec des ... si besoin) et préciser le nombre de terme que contient la somme

a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{10} \sqrt{i}$

b) $\displaystyle\sum_{p=0}^{n} p^2$

c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{5} (k-1)^3$

d) $\forall\ n \geq 5$, $\displaystyle\sum_{p=0}^{n-5} (2p+3)$

e) $\displaystyle\sum_{m=3}^{7} (-1)^m$

f) $\forall\ n \geq 4$, $\displaystyle\sum_{p=3}^{n-1} \left(\frac{1}{6}\right)^p$

Exercice 7 :

Écrire les expressions suivantes avec un signe Σ et préciser le nombre de terme que contient la somme

a) $1+2+3+..+n$
b) $10+20+30+...+140$
c) $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{11}$
d) $2+4+6+..+12$
e) $1+3+5+..+11$

Exercice 8 : sens de variation

Déterminer les variations de la suites (u_n) dans les différents cas

a) $u_n = -5n + 9$
b) $u_n = n^2 - 8n + 16$
c) $u_n = 4^{n+1} - 4^n$
d) $u_1 = 6$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$, $u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{n}$