

CORRECTION DU CONCOURS BLANC N°01

## EXERCICE 1.

1- En étudiant une population, on a remarqué que, durant un mois, 40% des individus sont allés au cinéma, 25% sont allés au théâtre, et 12,5% sont allés au cinéma et au théâtre.

On considère une personne tirée au hasard parmi cette population.

a) Traduire l'énoncé en terme de probabilité avec les événements  $C$ ="elle est allée au cinéma" et  $T$ ="elle est allée au théâtre".

$$P(C)=0,4 \quad P(T)=0,25 \quad P(C \cap T)=0,125.$$

b) Calculer la probabilité que cette personne

⇒ soit allée au cinéma ou au théâtre.

$$P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(C \cap T) = 0,4 + 0,25 - 0,125 = 0,525$$

**Conclusion :  $P(C \cup T) = 0,525$**

⇒ ne soit pas allée au cinéma.

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,4 = 0,6$$

**Conclusion :  $P(\bar{C}) = 0,6$**

⇒ ne soit allée ni au cinéma ni au théâtre.

$$P(\bar{C} \cap \bar{T}) = 1 - P(\overline{\bar{C} \cap \bar{T}}) = 1 - P(C \cup T) = 1 - 0,525 = 0,475.$$

**Conclusion :  $P(\bar{C} \cap \bar{T}) = 0,475$ .**

⇒ soit allée au cinéma mais pas au théâtre.

$$P(C \setminus T) = P(C \cap \bar{T}) = P(C) - P(C \cap T) = 0,4 - 0,125 = 0,275$$

**Conclusion :  $P(C \cap \bar{T}) = 0,275$**

2- Dans une équipe de rugby, il y a un effectif de 35 joueurs sous contrat dont 21 avants . 15 avants pèsent plus de 100 Kg, alors que c'est le cas de seulement 3 arrières.

On appelle  $A$  l'événement "le joueur est un avant" et  $B$  l'événement "le joueur pèse plus de 100 kg".

Je sélectionne un joueur au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

Commençons par traduire l'énoncé sous forme de tableau

	$A$	$\bar{A}$	Total
$B$	15	3	18
$\bar{B}$	6	11	17
Total	21	14	35

$$\Omega_1 = \{\text{équipe complète de rugby}\}$$

$$|\Omega_1| = 35$$

Il y a équiprobabilité car le joueur est sélectionné au hasard.

a) "Le joueur est un avant"

$$P(A) = \frac{21}{35} = \frac{3}{5}$$

**Conclusion** : La probabilité de sélectionner un avant est  $\frac{3}{5}$ .

b) "Le joueur pèse moins de 100 kg"

$$P(\bar{B}) = \frac{17}{35}$$

**Conclusion** : La probabilité de sélectionner un joueur qui pèse moins de 100 kg est  $\frac{17}{35}$ .

c) "Le joueur est un avant de plus de 100 kg"

$$P(A \cap B) = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

**Conclusion** : La probabilité de sélectionner un avant de plus de 100 kg est  $\frac{3}{7}$ .

d) Je sélectionne un avant au hasard, déterminer la probabilité qu'il pèse plus de 100 kg.

**L'univers change.....**

$\Omega_2 = \{\text{avant de l'équipe de rugby}\}$

$|\Omega_2| = 21$

Il y a équiprobabilité car le joueur est sélectionné au hasard.

$$P_A(B) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

**Conclusion** : La probabilité de sélectionner un joueur de plus de 100 kg parmi les avants est  $\frac{5}{7}$ .

e) Je sélectionne un joueur de plus de 100 kg au hasard, déterminer la probabilité que ce soit un avant.

**L'univers change encore**

$\Omega_3 = \{\text{joueur de plus de 100 kg de l'équipe de rugby}\}$

$|\Omega_3| = 18$

Il y a équiprobabilité car le joueur est sélectionné au hasard.

$$P_B(A) = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

**Conclusion** : La probabilité de sélectionner un avant parmi les joueur de plus de 100 kg est  $\frac{5}{6}$ .

## EXERCICE 2.

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio et deux-pièces) à louer à la semaine. L'appartement doit être restitué parfaitement propre en fin de séjour.

Le locataire peut décider de le nettoyer lui-même ou peut choisir l'une des deux formules d'entretien suivantes : la formule Simple (nettoyage de l'appartement en fin de séjour par le personnel d'entretien) ou la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de séjour par le personnel d'entretien).

Le gestionnaire a constaté que :

- 60% des locataires optent pour un studio et parmi ceux-ci 20% ne souscrivent aucune formule d'entretien;
- La formule Simple a beaucoup de succès : elle est choisie par 45% des locataires de Studio et par 55% des locataires de deux-pièces ;
- 18% des locataires ne souscrivent aucune formule.

On rencontre un résident au hasard.

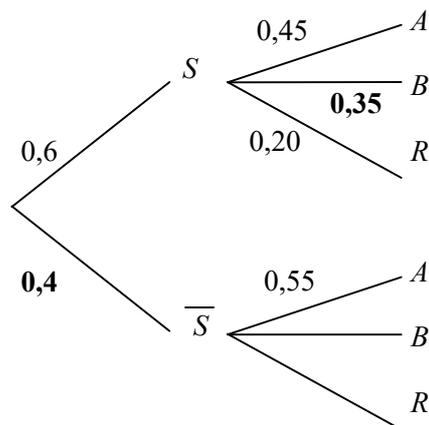
Soit  $S$  l'évènement « Le résident a loué un studio »

$A$  l'évènement « Le résident a souscrit la formule Simple »

$B$  l'évènement « Le résident a souscrit la formule Confort »

$R$  l'évènement « Le résident n'a souscrit aucune formule d'entretien »

1- Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.



2- a) Quelle est la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces ?

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,6 = 0,4$$

**Conclusion :** la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces est 0,4

b) Calculer  $P_S(B)$ .

$$P_S(B) = 1 - P_S(A) - P_S(R) = 1 - 0,45 - 0,2 = 1 - 0,65 = 0,35$$

**Conclusion :**  $P_S(B) = 0,35$

3- a) Calculer  $P(R \cap S)$  ; en déduire  $P(R \cap \bar{S})$ .

$$P(R \cap S) = P(S)P_S(R) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$$

de 18% des locataires ne souscrivent aucune formule il vient  $P(R) = 0,18$

$S$  et  $\bar{S}$  forment un système complet d'événement donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(R) = P(S \cap R) + P(R \cap \bar{S})$$

$$\text{d'où } P(R \cap \bar{S}) = P(R) - P(S \cap R) = 0,18 - 0,12 = 0,06$$

**Conclusion :**  $P(R \cap S) = 0,12$  et  $P(R \cap \bar{S}) = 0,06$

- b) Le résident a loué un deux-pièces. Montrer que la probabilité qu'il assure lui-même le nettoyage de son appartement est 0,15.

$$P(\bar{S}) = 0,4 \neq 0$$

$$P_{\bar{S}}(R) = \frac{P(\bar{S} \cap R)}{P(\bar{S})} = \frac{0,06}{0,4} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$$

**Conclusion :** Le résident a loué un deux-pièces. la probabilité que le résident assure lui-même le nettoyage de son appartement sachant qu'il a loué un deux-pièces est 0,15.

- 4- Le gestionnaire affirme que près de la moitié des résidents choisit la formule Simple. Présenter les calculs qui justifient son affirmation.

La question revient à savoir si  $P(A)$  vaut environ 0,5

$S$  et  $\bar{S}$  forment un système complet d'événement donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$P(A) = P(S \cap A) + P(A \cap \bar{S})$$

$$= P(S)P_S(A) + P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(A)$$

$$= 0,6 \times 0,45 + 0,4 \times 0,55 = 0,27 + 0,22 = 0,49$$

**Conclusion :** 49% des résidents ont choisi la formule Simple

## EXERCICE 3.

- 1- Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a)  $-3x = 0$

$$D = \mathbb{R}$$

$$-3x = 0$$

$$x = 0 \in D$$

$$\text{Donc } S = \{0\}$$

---

b)  $4(x-1) + 3(2x-1) = 0$

$$D = \mathbb{R}$$

$$4(x-1) + 3(2x-1) = 0$$

$$4x - 4 + 6x - 3 = 0$$

$$10x - 7 = 0$$

$$x = \frac{7}{10} \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{7}{10} \right\}$$

---

$$c) \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+4}{2} = \frac{5x-1}{6} - \frac{3x+5}{3}$$

$$D = \mathbb{R}$$

Après mise au même dénominateur 6, il vient :

$$2(2x-1) - 3(5x+4) = 5x-1 - 2(3x+5)$$

$$4x-2-15x-12 = 5x-1-6x-10$$

$$-11x-14 = -x-11$$

$$-11x+x = -11+14$$

$$-10x = 3$$

$$x = \frac{3}{-10} = -\frac{3}{10} \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -\frac{3}{10} \right\}$$


---

$$d) \frac{x+2}{x^2+2x-3} - \frac{7x-1}{x^2-1} = \frac{5}{x+3} \text{ on pourra d'abord factoriser } x^2+2x-3$$

l'équation n'existe pas $\Leftrightarrow x^2+2x-3=0$	ou $x^2-1=0$	ou $x+3=0$
$\Leftrightarrow 1$ est racine évidente	ou $x^2=1$	ou $x=-3$
$\Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0$	ou $x=1$ ou $x=-1$	ou $x=-3$
$\Leftrightarrow x=1$ ou $x=-3$	ou $x=1$ ou $x=-1$	ou $x=-3$

$$D = \mathbb{R} - \{-1, 1, -3\}$$

$$\frac{x+2}{x^2+2x-3} - \frac{7x-1}{x^2-1} = \frac{5}{x+3}$$

$$\frac{x+2}{(x-1)(x+3)} - \frac{7x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{5}{x+3}$$

donc un dénominateur commun est  $(x-1)(x+1)(x+3)$

Après mise au même dénominateur, il vient :

$$(x+2)(x+1) - (7x-1)(x+3) = 5(x-1)(x+1)$$

$$x^2+3x+2 - (7x^2+20x-3) = 5(x^2-1)$$

$$-6x^2-17x+5 = 5x^2-5$$

$$-11x^2-17x+10 = 0$$

$$-2 \text{ est racine évidente car } -11(-2)^2 - 17(-2) + 10 = -44 + 34 + 10 = 0$$

$$\text{d'où } -11x^2-17x+10 = (x+2)(-11x+5)$$

$$\text{et par suite } x+2=0 \quad \text{ou} \quad -11x+5=0$$

$$x = -2 \in D \text{ ou } x = \frac{5}{11} \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{5}{11}, 2 \right\}$$


---

$$e) 3x^4 + \frac{7}{2}x^2 + \frac{1}{2} = 0$$

$$D = \mathbb{R}$$

On pose  $y = x^2$  et l'équation devient :

$$3y^2 + \frac{7}{2}y + \frac{1}{2} = 0$$

$$6y^2 + 7y + 1 = 0$$

-1 est racine évidente car  $6(-1)^2 + 7(-1) + 1 = 6 - 7 + 1 = 0$

d'où  $6y^2 + 7y + 1 = (y + 1)(6y + 1)$

et par suite  $y = -1$  ou  $y = -\frac{1}{6}$

Or  $y = x^2$

d'où  $x^2 = -1$  ou  $x^2 = -\frac{1}{6}$

Or l'équation  $x^2 = a$  n'admet pas de solution si  $a < 0$

**Donc  $S = \emptyset$**

---

**f)  $-2x + 3 < 0$**

**$D = \mathbb{R}$**

$-2x + 3 < 0$

$-2x < -3$

$x > \frac{3}{2}$

**Donc  $S = \left] \frac{3}{2}; +\infty \right[$**

---

**g)  $6x^2 - 7x + 1 > 0$**

**$D = \mathbb{R}$**

1 est racine évidente de  $6x^2 - 7x + 1$  car  $6(1)^2 - 7(1) + 1 = 6 - 7 + 1 = 0$

d'où  $6x^2 - 7x + 1 = (x - 1)(6x - 1)$

signe de  $6x^2 - 7x + 1$  : 

**Donc  $S = \left] -\infty, \frac{1}{6} \right[ \cup \left] 1, +\infty \right[$**

---

**h)  $x^2 > 49$**

**$D = \mathbb{R}$**

$x^2 > 49$

$x^2 - 49 > 0$

$(x - 7)(x + 7) > 0$

signe de  $(x + 7)(x - 7)$  : 

**Donc  $S = \left] -\infty; -7 \right[ \cup \left] 7; +\infty \right[$**

---

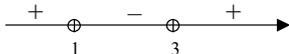
**i)  $x^2 - 4x \leq -3$**

**$D = \mathbb{R}$**

$x^2 - 4x \leq -3$

$x^2 - 4x + 3 \leq 0$

$(x - 1)(x - 3) \leq 0$

signe de  $x^2 - 4x + 3$  : 

**Donc  $S = [1; 3]$**

---

$$j) \frac{3x+5}{x+3} \geq 5$$

L'inéquation existe  $\Leftrightarrow x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$

$$D = \mathbb{R} - \{-3\}$$



**Pas de produit en croix dans les inéquations mais on doit regrouper tous les calculs dans un seul membre !!!!!**

$$\frac{3x+5}{x+3} - 5 \geq 0$$

$$\frac{3x+5-5(x+3)}{x+3} \geq 0$$

$$\frac{-2x-10}{x+3} \geq 0$$

signe de  $\frac{-2x-10}{x+3}$ :

$$\text{Donc } S = [-5; -3[$$

$$k) \frac{-3x^2+2x-1}{-2x+3} < 0$$

L'inéquation existe  $\Leftrightarrow -2x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

Pour résoudre cette inéquation on va établir un tableau d'étude de signe

$$-3x^2+2x-1=0$$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4(-3)(-1) = 4 - 12 = -8$  L'équation n'admet pas de solution et le polynôme est du signe de  $a = -3$

d'où le tableau de signe

$x$	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$-3x^2+2x-1$	-	-	-
$-2x+3$	+	<b>0</b>	-
$\frac{-3x^2+2x-1}{-2x+3}$	-		+

$\Delta < 0$  donc signe de  $a$

signe de  $a = -2$  à droite de 0

$$\text{Donc } S = ]-\infty, \frac{3}{2}[$$

$$l) \frac{3x-3}{x} - 3 \leq \frac{2x^2-5}{x^2}$$

L'inéquation existe  $\Leftrightarrow x \neq 0$  et  $x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

$$D = \mathbb{R}^*$$



**Pas de produit en croix dans les inéquations mais on doit regrouper tous les calculs dans un seul membre !!!!!**

$$\frac{3x-3}{x} - 3 \leq \frac{2x^2-5}{x^2}$$

$$\frac{3x-3}{x} - 3 - \frac{2x^2-5}{x^2} \leq 0$$

$$\frac{x(3x-3) - 3x^2 - (2x^2-5)}{x^2} \leq 0$$

$$\frac{3x^2 - 3x - 3x^2 - 2x^2 + 5}{x^2} \leq 0$$

$$\frac{-2x^2 - 3x + 5}{x^2} \leq 0$$

Pour résoudre cette inéquation on va établir un tableau d'étude de signe

$$-2x^2 - 3x + 5 = 0$$

1 est racine évidente car  $-2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 5 = -2 - 3 + 5 = 0$

d'où  $-2x^2 - 3x + 5 = (x-1)(-2x-5)$  et par suite  $-2x^2 - 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$  ou  $x = -\frac{5}{2}$

d'où le tableau de signe

$x$	$-\infty$	$-5/2$	$0$	$1$	$+\infty$		
$-2x^2 - 3x + 5$	-	0	+	+	0	-	
$x^2$	+		+	0	+	+	
$\frac{-2x^2 - 3x + 5}{x^2}$	-	0	+		+	0	-

**Donc**  $S = ]-\infty; -\frac{5}{2}] \cup [1; +\infty[$

**m)**  $\ln(x+1) + \ln(3x-2) = 3\ln(2)$

L'équation existe  $\Leftrightarrow x+1 > 0$  et  $3x-2 > 0$

$$\Leftrightarrow x > -1 \quad \text{et} \quad x > \frac{2}{3}$$

$D = ]\frac{2}{3}; +\infty[$

$$\ln(x+1) + \ln(3x-2) = 3\ln(2)$$

$$\ln(x+1)(3x-2) = \ln(2^3)$$

$$\exp[\ln(x+1)(3x-2)] = \exp[\ln(2^3)]$$

$$(x+1)(3x-2) = 8$$

$$3x^2 + x - 2 = 8$$

$$3x^2 + x - 10 = 0$$

$$(x+2)(3x-5) = 0$$

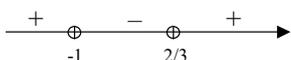
$$x = -2 \notin D \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{3} \in D$$

**Donc**  $S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$

**n)**  $\ln(3x^2 + x - 2) = 3\ln(2)$

L'équation existe  $\Leftrightarrow 3x^2 + x - 2 > 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)(3x-2) > 0$$

signe de  $3x^2 + x - 2$  : 

$$D = ]-\infty; -1[ \cup \left] \frac{2}{3}; +\infty[$$

$$\ln(3x^2 + x - 2) = 3\ln(2)$$

$$\ln(3x^2 + x - 2) = \ln(2^3)$$

$$\exp[\ln(3x^2 + x - 2)] = \exp[\ln(2^3)]$$

$$3x^2 + x - 2 = 8$$

$3x^2 + x - 10 = 0$  équation déjà résolue à la question précédente

$$x = -2 \in D \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{3} \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ -2; \frac{5}{3} \right\}$$


---

**o)**  $3\ln^2(x) + \ln(x) - 10 = 0$

L'équation existe  $\Leftrightarrow x > 0$

$$D = \mathbb{R}^*$$

$$3\ln^2(x) + \ln(x) - 10 = 0$$

On pose  $y = \ln(x)$  et l'équation devient  $3y^2 + y - 10 = 0$  équation déjà résolue à la **question m)**

$$y = -2 \quad \text{ou} \quad y = \frac{5}{3}$$

$$\ln(x) = -2 \quad \text{ou} \quad \ln(x) = \frac{5}{3}$$

$$x = e^{-2} \in D \quad \text{ou} \quad x = e^{\frac{5}{3}} \in D$$

$$S = \{e^{-2}; e^{5/3}\}$$


---

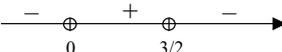
**p)**  $2\ln(2x-1) - \ln(3x-2x^2) = \ln\left(\frac{4x-3}{x}\right)$

L'équation existe  $\Leftrightarrow 2x-1 > 0$  et  $3x-2x^2 > 0$  et  $\frac{4x-3}{x} > 0$  et  $x \neq 0$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad x(3-2x) > 0 \quad \text{et} \quad \frac{4x-3}{x} > 0 \quad \text{et} \quad x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

et signe de  $x(3-2x)$  :



et signe de  $\frac{4x-3}{x}$  :



et  $x \neq 0$

d'où  $D = \left] \frac{3}{4}; \frac{3}{2}[$  on pourra s'aider d'un axe

$$2\ln(2x-1) - \ln(3x-2x^2) = \ln\left(\frac{4x-3}{x}\right)$$

$$\ln\left(\frac{(2x-1)^2}{3x-2x^2}\right) = \ln\left(\frac{4x-3}{x}\right)$$

$$\exp\left[\ln\left(\frac{(2x-1)^2}{3x-2x^2}\right)\right] = \exp\left[\ln\left(\frac{4x-3}{x}\right)\right]$$

$$\frac{(2x-1)^2}{x(3-2x)} = \frac{4x-3}{x}$$

après mise au même dénominateur  $x(3-2x)$  il vient

$$(2x-1)^2 = (3-2x)(4x-3)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = -8x^2 + 18x - 9$$

$$12x^2 - 22x + 10 = 0$$

$$6x^2 - 11x + 5 = 0 \text{ après simplification par 2}$$

$$(x-1)(6x-5) = 0$$

$$x = 1 \in D \quad \text{ou} \quad x = \frac{5}{6} \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ 1 ; \frac{5}{6} \right\}$$


---

q)  $3e^{-x+1} = 2$

$$D = \mathbb{R}$$

$$e^{-x+1} = \frac{2}{3}$$

$$\ln(e^{-x+1}) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$-x+1 = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$x = 1 - \ln\left(\frac{2}{3}\right) \in D$$

$$\text{Donc } S = \left\{ 1 - \ln\left(\frac{2}{3}\right) \right\}$$


---

r)  $e^{4x+1} = -3$

$$D = \mathbb{R}$$

$e^{4x+1} = -3$  est une équation impossible car une exponentielle est toujours positive

$$\text{Donc } S = \emptyset$$


---

2- Soit  $A(x) = (3x-4)(x+5) - (3x-4)^2 + (3x-4)$  et  $B(x) = 3x^3 - 10x^2 + 11x - 4$

a) Factoriser  $A(x)$

On remarque que  $(3x-4)$  est le facteur commun

$$\begin{aligned} A(x) &= (3x-4)(x+5) - (3x-4)^2 + (3x-4) \\ &= (3x-4)[(x+5) - (3x-4) + 1] \\ &= (3x-4)(-2x+10) \end{aligned}$$

**Conclusion :**  $A(x) = (3x-4)(-2x+10)$

b) Factoriser  $B(x)$

$B(x)$  est un polynôme du troisième degré donc on cherche une racine évidente

1 est une racine évidente de  $B(x)$  car  $B(1) = 3 - 10 + 11 - 4 = 0$

donc je peux factoriser le polynôme par  $(x-1)$  par la méthode de Horner

	3	-10	11	-4
1		3	-7	4
	3	-7	4	0

donc  $\forall x \in \mathbb{R}, B(x) = (x-1)(3x^2 - 7x + 4)$

Factorisons maintenant  $3x^2 - 7x + 4$  or 1 est encore une racine évidente

donc  $\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 7x + 4 = (x-1)(3x-4)$

**Conclusion :**  $B(x) = (x-1)(x-1)(3x-4)$

c) Résoudre l'équation  $A(x) = B(x)$

$$A(x) = B(x)$$

$$(3x-4)(x+5) - (3x-4)^2 + (3x-4) = 3x^3 - 10x^2 + 11x - 4$$

$$D = \mathbb{R}$$

Utilisons les formes factorisées. L'équation s'écrit :  $(3x-4)(-2x+10) = (x-1)(x-1)(3x-4)$



**Il ne faut jamais simplifier une équation par des "x" mais toujours regrouper tous les termes dans un même membre et factoriser.**

**Donc pas de simplification par  $(3x-4)$  !!!**

$$(3x-4)(-2x+10) = (x-1)(x-1)(3x-4)$$

$$(3x-4)(-2x+10) - (x-1)(x-1)(3x-4) = 0$$

$$(3x-4)[(-2x+10) - (x-1)^2] = 0$$

$$(3x-4)[-2x+10 - (x^2 - 2x + 1)] = 0$$

$$(3x-4)(-x^2+9) = 0$$

$$(3x-4)(9-x^2) = 0$$

$$(3x-4)(3-x)(3+x) = 0$$

$$3x-4=0 \quad \text{ou} \quad 3-x=0 \quad \text{ou} \quad 3+x=0$$

$$x = \frac{4}{3} \in D \quad \text{ou} \quad x = 3 \in D \quad \text{ou} \quad x = -3 \in D$$

$$S = \left\{ \frac{4}{3}, 3, -3 \right\}$$

3- Résoudre l'inéquation  $\frac{5x^2-8}{2x+1} \leq \frac{10x+16}{x+3}$

L'inéquation existe  $\Leftrightarrow 2x+1 \neq 0$  et  $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{1}{2}$  et  $x \neq -3$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2}; -3 \right\}$$



**Pas de produit en croix dans les inéquations mais on doit regrouper tous les calculs dans un seul membre !!!!!**

$$\frac{5x^2-8}{2x+1} \leq \frac{10x+16}{x+3}$$

$$\frac{5x^2-8}{2x+1} - \frac{10x+16}{x+3} \leq 0$$

$$\frac{(5x^2-8)(x+3) - (10x+16)(2x+1)}{(2x+1)(x+3)} \leq 0$$

$$\frac{(5x^3+15x^2-8x-24) - (20x^2+10x+32x+16)}{(2x+1)(x+3)} \leq 0$$

$$\frac{5x^3-5x^2-50x-40}{(2x+1)(x+3)} \leq 0$$

$$\frac{5(x^3-x^2-10x-8)}{(2x+1)(x+3)} \leq 0$$

Pour résoudre cette inéquation on va établir un tableau d'étude de signe

$$x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$$

-1 est une racine évidente car  $(-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8 = -1 - 1 + 10 - 8 = 0$

donc le polynôme peut se factoriser par  $(x + 1)$  par la méthode de Horner

	1	-1	-10	-8
-1		-1	2	8
	1	-2	-8	0

donc  $x^3 - x^2 - 10x - 8 = (x + 1)(x^2 - 2x - 8)$

On remarque que -2 est racine évidente de  $x^2 - 2x - 8$  donc  $x^2 - 2x - 8 = (x + 2)(x - 4)$

et par suite  $x^3 - x^2 - 10x - 8 = (x + 1)(x^2 - 2x - 8) = (x + 1)(x + 2)(x - 4)$

et donc  $5(x^3 - x^2 - 10x - 8) = 5(x + 1)(x + 2)(x - 4)$

d'où le tableau de signe

x	$-\infty$	-3	-2	-1	-1/2	4	$+\infty$		
$5(x + 1)$	-	-	-	0	+	+	+		
$x^2 - 2x - 8$	+	+	0	-	-	-	0	+	
$2x + 1$	-	-	-	-	0	+	+		
$x + 3$	-	0	+	+	+	+	+		
$\frac{5(x^3 - x^2 - 10x - 8)}{(2x + 1)(x + 3)}$	-	+	0	-	0	+	-	0	+

$$S = ]-\infty; -3[ \cup ]-2; -1[ \cup \left] \frac{1}{2}; 4 \right]$$