CHAPITRE 6 :
LECTURE GRAPHIQUE

I. ETUDE GRAPHIQUE DES VARIATIONS

1. *Méthode pratique*

Pour lire les variations d'une fonction, on suit la courbe de la gauche vers la droite :

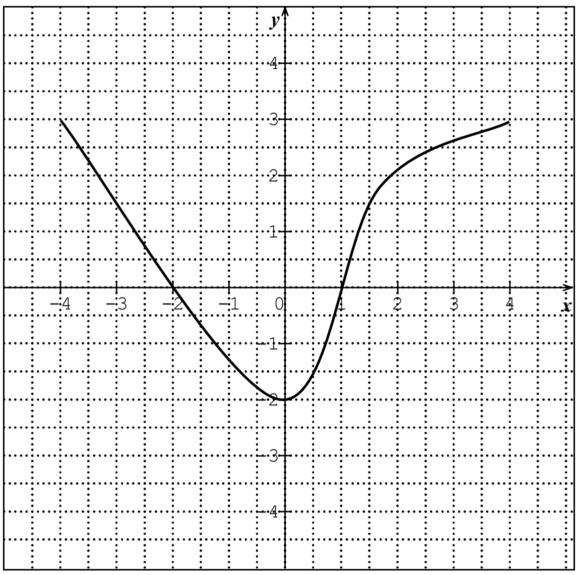
- si la courbe " monte ", la fonction est croissante
- si la courbe " descend ", la fonction est décroissante

2. *Lecture graphique d'un extremum*

Le maximum de la fonction est l'ordonnée du point de la courbe située le plus haut
Le minimum de la fonction est l'ordonnée du point de la courbe située le plus bas

Remarque :
Un minimum ou un maximum d'une fonction f est un extremum
Un extremum est toujours un nombre et non un point.

Exemple :
La courbe ci-après représente une fonction f donnée par la courbe suivante :



1- Quel est l'ensemble de définition de f
2- Dresser le tableau de variations de f
3- Décrire le comportement de f en utilisant :
" f est croissante sur ". " f est décroissante sur ".
4. f admet-elle un maximum ? un minimum ?

Quelques tableaux de variations

Soit $I = [a, b]$ un intervalle de $\mathbb{R}$

• f est croissante sur I :

$\forall$ (y, z) dans I^2 si $y < z$ alors $f(y) \ldots. f(z)$

si $y > z$ alors $f(y) \ldots. f(z)$

x	a	b
$f'(x)$		
$f(x)$		

• f est décroissante sur I:

$\forall$ (y, z) dans I^2 si $y < z$ alors $f(y) \ldots. f(z)$

si $y > z$ alors $f(y) \ldots. f(z)$

x	a	b
$f'(x)$		
$f(x)$		

• f est monotone sur I si f est croissante sur I ou décroissante sur I

•Minimum sur I en x_0

x	a	x_0	b
$f'(x)$			
$f(x)$			

•Maximum sur I en x_0

x	a	x_0	b
$f'(x)$			
$f(x)$			

•Minimum en a et maximum en b

x	a	b
$f'(x)$		
$f(x)$		

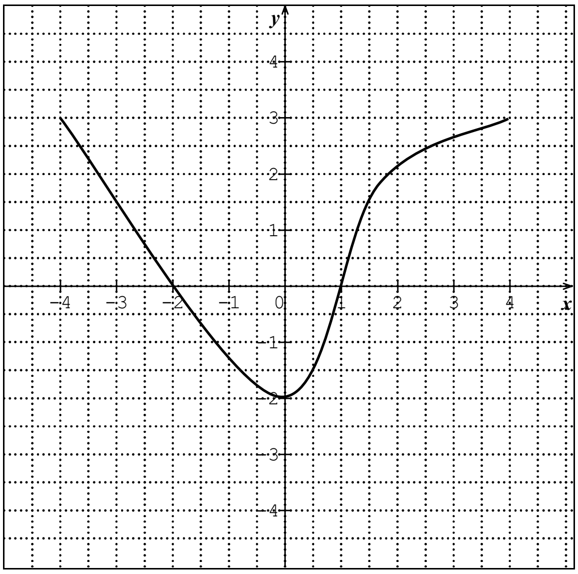
•Maximum en a et minimum en b

x	a	b
$f'(x)$		
$f(x)$		

II. TABLEAU D'ÉTUDE DE SIGNES

Si $\mathscr{C}$ est située au-dessus de l'axe des abscisses, la fonction f est positive
Si $\mathscr{C}$ est située en dessous de l'axe des abscisses, la fonction f est négative
Si $\mathscr{C}$ rencontre l'axe des abscisses la fonction f s'annule

<u>Exemple</u>
5. Dresser le tableau d'étude de signes de f

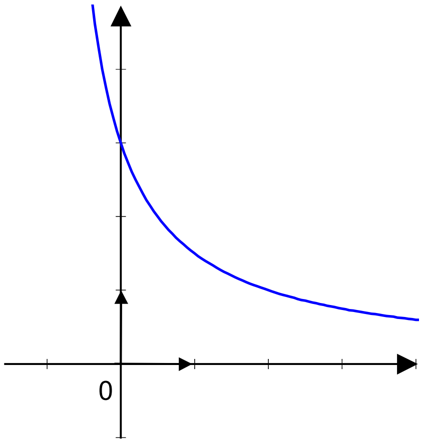


III. IMAGE ET ANTÉCÉDENT

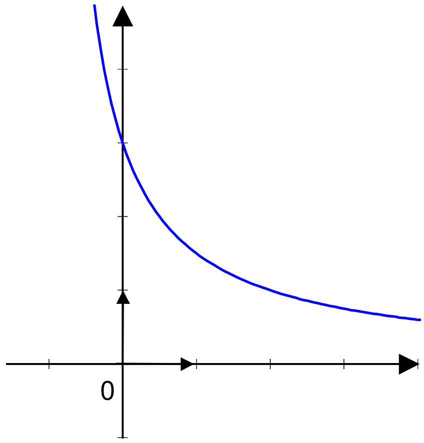
Soit D un intervalle ou une réunion d'intervalle de $\mathbb{R}$
Définir une fonction f sur D , c'est donner un procédé qui à chaque x de D fait correspondre un unique nombre noté $f(x)$.
On dit que D est l'ensemble de définition de f
$f(x)$ est l'image de x par f
x est un antécédent de $y = f(x)$

Ne pas confondre $f(x)$ qui est un nombre et f qui est la fonction.

Soit f une fonction dont l'ensemble de définition est noté D. La représentation graphique de f est notée $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormal, est l'ensemble des points d'abscisse x et d'ordonnée $f(x)$



Lecture de l'image de x



Lecture d'un antécédent de y

Exemple

6. Quelle est l'image de 0 par f ? Et celle de -3?

7. Quel est le nombre d'antécédents par f de 2? de 4? de -2?

IV. PARITÉ

Soit f fonction définie sur Df

***f* est paire** si et seulement si : $\begin{cases} (1)\ Df \text{ est centré en 0 i.e. } \forall\, x \in Df\ ,\ -x \in Df \\ (2)\ \forall\, x \in Df\ ,\ f(-x) = f(x) \end{cases}$

Conséquence :

Si f est paire alors sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnée du repère : (Oy) et on étudiera f sur $Df \cap \mathbb{R}^+$

***f* est impaire** si et seulement si : $\begin{cases} (1)\ Df \text{ est centré en 0 i.e. } \forall\, x \in Df\ ,\ -x \in Df \\ (2)\ \forall\, x \in Df\ ,\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

Conséquence :

Si f est impaire alors sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine O du repère et on étudiera f sur $Df \cap \mathbb{R}^+$

Exemple

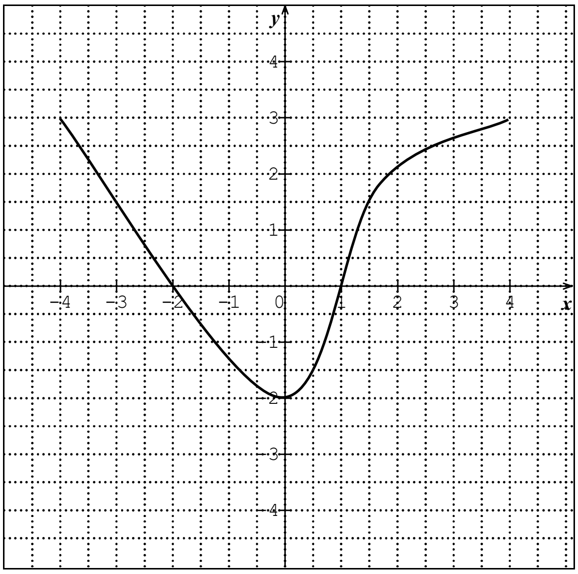
8. f est elle paire ? impaire ? ou ni paire ni impaire ?

V. EQUATIONS ET INÉQUATIONS

1. Équations

Pour résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
On trace les courbes représentant f et g dans le même repère puis on lit les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

Exemple :
9. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$
10. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$
11. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$



2. ***Inéquations***

Soient f et g données par leur représentation graphique : $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$

Si $f(x) > g(x)$ alors $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$

Si $f(x) < g(x)$ alors $\mathscr{C}_f$ est en dessous de $\mathscr{C}_g$

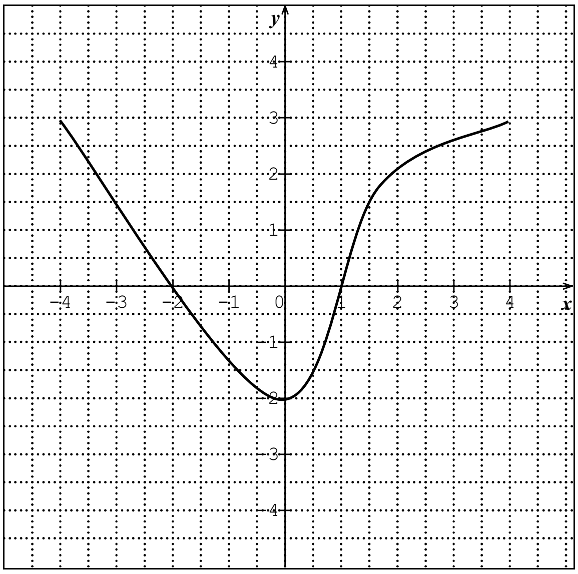
Si $f(x) = g(x)$ alors $\mathscr{C}_f$ rencontre $\mathscr{C}_g$

Exemple :

12. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) < 0$

13. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) \geq -2$

14. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) < 2$



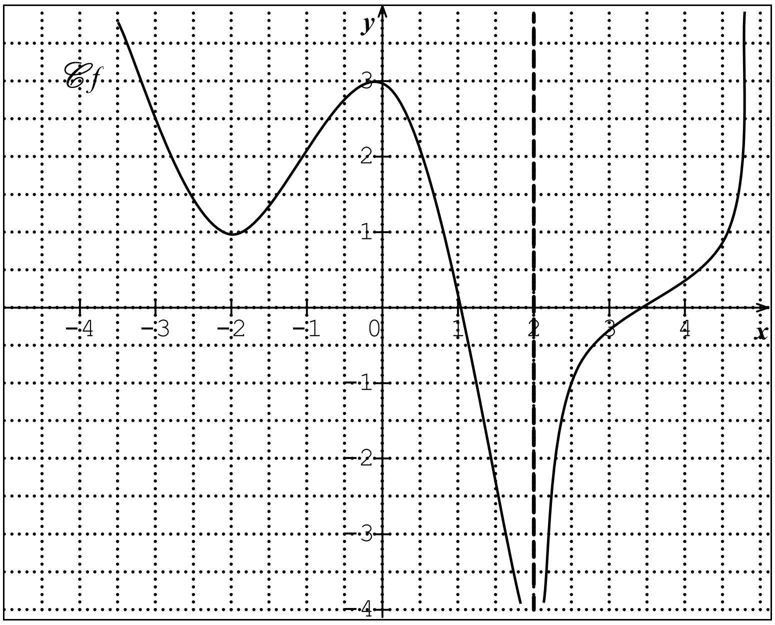
VI. LIMITES

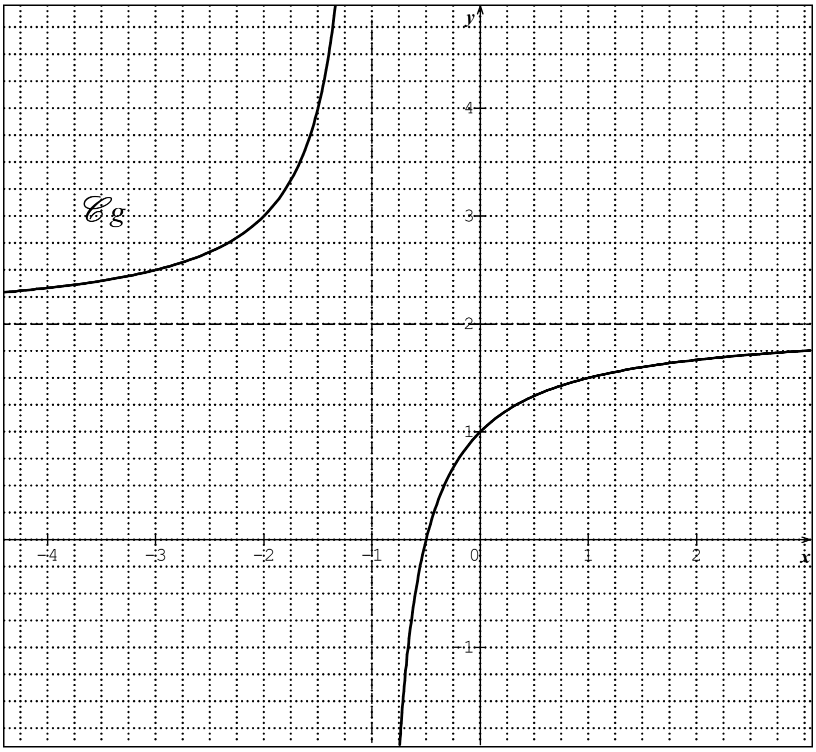
Pour lire graphiquement une limite, on s'intéresse au comportement **des ordonnées** des points de la courbe $\mathscr{C}$.

- En + ∞, on regarde la partie de la courbe la plus à droite
- En - ∞, on regarde la partie de la courbe la plus à gauche
- En une valeur interdite a, on regarde à droite et à gauche contre la droite verticale $x = a$

- Si la courbe monte sans arrêt, la limite de $f(x)$ est + ∞
- Si la courbe descend sans arrêt, la limite de $f(x)$ est- ∞
- Si la courbe part à l'horizontale , la limite de $f(x)$ est un nombre

<u>Exemple</u>
Soient f et g deux fonctions données par leurs courbes
Dresser leurs tableaux de variations en précisant les limites aux bornes de l'ensemble de définition





VII. DERIVEES

Soit f une fonction dérivable en une valeur a

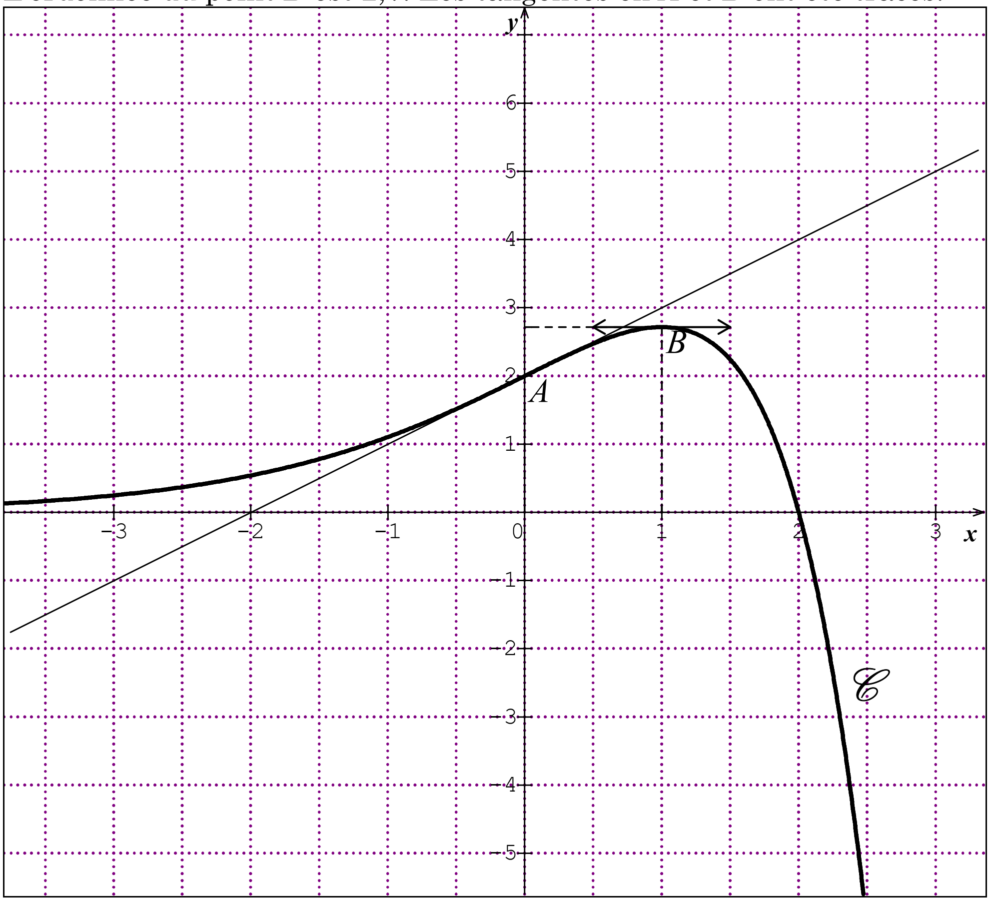
$f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente en a

Ne pas confondre avec $f(a)$ qui est l'ordonnée du point de $\mathscr{C}$ d'abscisse a.

Exemple

On considère la fonction f donnée par sa courbe $\mathscr{C}$.

L'ordonnée du point B est 2,7. Les tangentes en A et B ont été tracés.



1– Dresser le tableau de variations de f.

2– Dresser le tableau de signes de f

3– Lire $f(0)$, $f'(0)$; Lire $f(1)$, $f'(1)$

Remarque : équation de la tangente

Soit f une fonction dérivable en a et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère

Une équation cartésienne de la tangente à $\mathscr{C}$ passant par $A\ (a\ ,f\ (a))$ est :

$$y = f\ '(a)\ (x - a) + f\ (a)$$

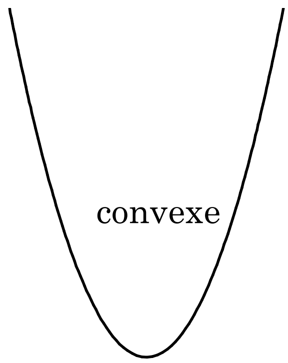
Exemple

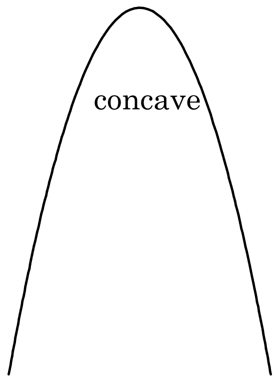
4– En déduire l'équation réduite des tangentes à $\mathscr{C}_f$ en A, B

VIII. CONVEXITE

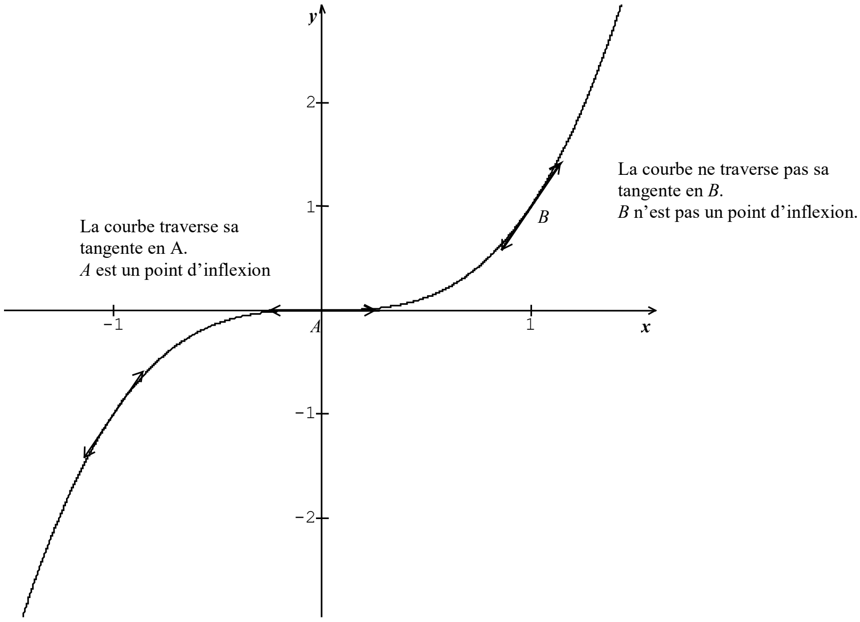
Pour savoir si une fonction est convexe ou concave on regarde l'allure de la courbe.

- si elle fait une "bosse" , f est concave
- si elle fait un "U" , f est convexe



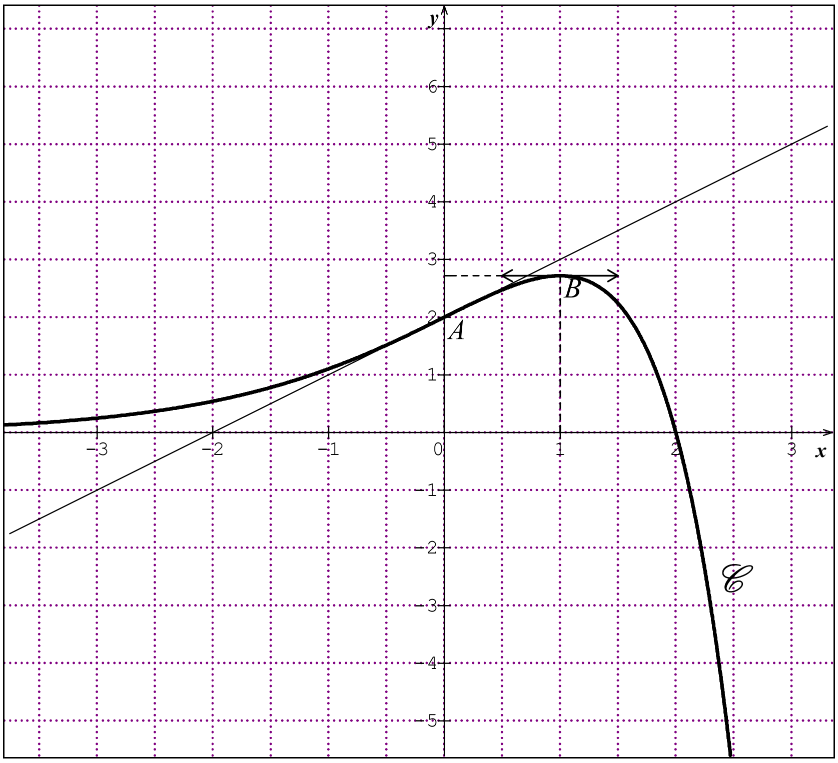


On dit que le point $M(a, f(a))$ est un point d'inflexion de $\mathscr{C}$ lorsque f passe de “ convexe ” à “ concave ” ou inversement.



<u>Remarque :</u> au point d'inflexion la courbe traverse la tangente.

<u>Exemple:</u>



1- Dresser le tableau de variations

2- Dresser le tableau de convexité