

CORRECTION DU TEST N°10

Exercice 1 :

soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - n \end{cases}$

1- Calculer u_1, u_2 et u_3

$$n = 0, u_1 = 2u_0 - 0 = 2 \times 2 - 0 = 4$$

$$n = 1, u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \times 4 - 1 = 7$$

$$n = 2, u_3 = 2u_2 - 2 = 2 \times 7 - 2 = 12$$

2- Ecrire u_n en fonction de u_{n-1}

$$u_n = 2u_{n-1} - (n-1) = 2u_{n-1} - n + 1 \quad \text{attention aux parenthèses!!!!}$$

3- Ecrire u_{n+3} en fonction de u_{n+2}

$$u_{n+3} = 2u_{n+2} - (n+2) = 2u_{n+2} - n - 2$$

Exercice 2 :

Soit (u_n) une suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{n+1}{2n+1}$

1- Calculer u_1, u_2 et u_3

$$n = 1, u_1 = \frac{1+1}{2+1} = \frac{2}{3}$$

$$n = 2, u_2 = \frac{2+1}{4+1} = \frac{3}{5}$$

$$n = 3, u_3 = \frac{3+1}{6+1} = \frac{4}{7}$$

2- Ecrire u_{n+2} en fonction de n

$$u_{n+2} = \frac{(n+2)+1}{2(n+2)+1} = \frac{n+3}{2n+5}$$

3- Ecrire u_{2n} en fonction de n

$$u_{2n} = \frac{2n+1}{2(2n)+1} = \frac{2n+1}{4n+1}$$

Exercice 3 :

Résoudre l'inéquation suivantes : $\frac{x^2+3x-4}{x^2-x-2} \leq 0$

l'inéquation n'existe pas $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0 \quad \text{car } -1 \text{ est racine évidente}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 2$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$$

Pour résoudre cette inéquation on va établir un tableau d'étude de signe

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x-1)(x+4) = 0 \quad \text{car } 1 \text{ est racine évidente}$$

$$x = 1 \text{ ou } x = -4$$

d'où le tableau de signe

x	$-\infty$	-4	-1	1	2	$+\infty$
x^2+3x-4	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
x^2-x-2	$+$	$+$	0	$-$	$-$	0
$\frac{x^2+3x-4}{x^2-x-2}$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

$S=[-4, -1] \cup [1, 2[$