LYCEE JEAN PERRIN **2024-2025**
EC 1

DS N°03
Durée 4h

Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et tout matériel électronique est interdit.

EXERCICE 1.

Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs.
Il achète 80% de ses boîtes chez le fournisseur A et le reste chez le fournisseur B.
10% des boîtes provenant du fournisseur A présentent des traces de pesticides et 20% de celles provenant du fournisseur B présentent aussi des traces de pesticides.

On prélève au hasard une boîte du stock du grossiste et on considère les événements suivants :

- l'événement A : « la boîte provient du fournisseur A » ;
- l'événement B : « la boîte provient du fournisseur B » ;
- l'événement S: « la boîte présente des traces de pesticides ».

1- Quelle est la probabilité de l'événement $B \cap \overline{S}$?

2- Justifier que la probabilité que la boîte prélevée ne présente aucune trace de pesticides est égale à 0,88.

3- On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur B ?

4- Le gérant d'un salon de thé achète 3 boîtes indépendamment chez le grossiste précédent
  a) Calculer la probabilité que les 3 boîtes soient sans trace de pesticides.
  b) Calculer la probabilité qu'au moins 1 boîte ne présentent aucune trace de pesticides.

EXERCICE 2.

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{x+1}$ .On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative

1- Déterminer Df
2- Déterminer les limites en $+\infty$ et $-\infty$. Que peut on conclure ?
3- Montrer que la droite D d'équation $y = x+1$ est asymptote à la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Déterminer la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à D.
4- Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variations.
5- On donne $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to (-1)^-} f(x) = +\infty$. Que peut on conclure ?
6- Étudier la convexité de f
7- Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0 puis étudier position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à T
8- Construire $\mathscr{C}$ et T.

EXERCICE 3.

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x^2+x+1)$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative .

1- Déterminer Df

2- Montrer que $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \ln(3) - 2\ln(2)$ en citant les formules utilisées puis donner une valeur approchée de $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

3- Dresser le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$

On donne $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction (Ox) en $+\infty$ et $-\infty$

4- Résoudre l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x

5- **a)** Déterminer une équation de la tangente T_{-1} à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1.

b) Déterminer une équation de la tangente T_0 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

6- **a)** Calculer la dérivée seconde de f et vérifier que pour tout réel x on a: $f''(x) = \dfrac{-2x^2-2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

b) Étudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$. Vérifier que $\mathscr{C}$ admet exactement deux points d'inflexions aux points d'abscisses $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$ et $\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$ dont vous donnerez des valeurs approchées

7- Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}$

EXERCICE 4.

Soit la fonction f définie par $f(x) = e^{2x} - e^x$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative

1- Déterminer l'ensemble de définition de f noté Df .

2- On admet que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$. Que peut on en déduire sur la courbe $\mathscr{C}$

3- Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et la droite D d'équation $y = 0$

On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction (Oy) en $+\infty$

4- Montrer que $\forall\, x \in Df,\ f'(x) = e^x(2e^x - 1)$

5- Étudier le sens de variation de f

6- Dresser le tableau de variation de f

7- Construire $\mathscr{C}$

EXERCICE 5.

Soient (u_n), (v_n) et (w_n) trois suites définies par:

- $u_0 = 2$ et $\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 3u_n + 2n + 1$
- $\forall\ n \in \mathbb{N},\ v_n = u_n + n + 1$
- $\forall\ n \geq 1;\ w_n = \sum_{k=1}^{n} \ln(k)$

1- Calculer u_1 , u_2 , v_0, v_1, w_1, w_2 et w_3. On écrira w_3 sous la forme d'un seul logarithme

2- Écrire un programme `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche u_n et v_n

3- Écrire un programme `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k$

4- Écrire un programme `Python` qui affiche le plus petit entier n tel que $u_n \geq 10^5$

5- Déterminer une relation entre v_{n+1} et v_n

6- On admet que $\forall\ n \in \mathbb{N},\ v_n > 0$. Étudier le sens de variation de (v_n)

7- Étudier le sens de variation de (w_n)

8- Écrire deux programmes `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche w_n