CORRECTION DU TEST N°14

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 + 18x + 1$

1– <u>Déterminer l'ensemble de définition puis les limites aux bornes</u>

$Df = \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$

2– <u>Etudier les variations de f puis dresser le tableau de variations</u>

f est dérivable sur Df comme polynôme

$\forall\, x \in Df,\ f'(x) = 6x^2 + 18$

or $\forall\, x \in Df$, $6x^2 > 0$ et $18 > 0$ donc $f'(x) > 0$ et par suite f est croissante

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

3– <u>Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$</u>

f est continue sur $\mathbb{R}$ car dérivable

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ d'après le tableau de variations

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

donc f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

De plus $0 \in \mathbb{R}$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$

4– <u>En déduire le signe de $f(x)$.</u>

D'après le tableau de variation on a :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

5– <u>Etudier la convexité de f</u>

f' est dérivable sur Df comme polynôme

$\forall\, x \in Df,\ f''(x) = 12x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
convexité		f est concave	$(0\,;1)$ point d'inflexion	f est convexe	