CORRECTION DU TEST N°15

Exercice 1 :

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $u_1 = -5$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n - 3$

1- Nature de la suite (u_n)

(u_n) est une suite arithmétique de raison $r = -3$ et de premier terme $u_1 = -5$

2- Ecrire un programme Python qui demande n et qui affiche u_n

```
n=int(input('n='))
u=-5  #u1
for k in range (2, n+1):
      u=u-3
print(u)
```

3- Donner u_n en fonction de n

$\forall\ n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = u_1 + (n-1)r = -5 - 3(n-1) = -3n - 2$

4- Donner u_{10}

$u_{10} = -3\times 10 - 2 = -32$

5- La suite (u_n) est elle convergente ?

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} (-3n) = +\infty$

(u_n) n'est pas convergente mais est divergente

6- Calculer $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

$$S_n = \frac{(n-1+1)(u_1+u_n)}{2} = \frac{n(-5-3n-2)}{2} = \frac{-3n^2-7n}{2}$$

Exercice 2 :

Soit la suite (u_n) géométrique définie par : $u_0 = 2$ et de raison $-\frac{1}{3}$

1- Donner u_n en fonction de n

$\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0 q^n = 2\left(-\frac{1}{3}\right)^n$

2- Ecrire un programme Python qui demande n et qui affiche u_n

```
n=int(input('n='))
u=2*(-1/3)**n
print(u)
```

3- Donner u_3

$u_3 = 2\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{2}{27}$

4- La suite (u_n) est elle convergente ?

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ car $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$ $\left(-1 < -\frac{1}{3} < 1\right)$

(u_n) est convergente

5- Calculer $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ puis calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

$$S_n = 2\times\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-0+1}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} \text{ car } -\frac{1}{3} \neq 1$$

$$= 2\times\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{\frac{4}{3}} = 2\times\frac{3}{4}\times\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = \frac{3}{2}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$$

$$S_n = \frac{3}{2}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \text{ et } \lim_{n \to +\infty} S_n = \frac{3}{2} \quad \text{car } -1 < -\frac{1}{3} < 1$$