

DEVOIR N°20
(A rendre le Lundi 5 Mai)

Exercice 1 :

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires.

Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires.

Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois : s'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A, sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

- 1- Soit R l'évènement « le joueur obtient une boule rouge » et U l'évènement « le joueur obtient 1 avec le dé ». Établir l'arbre pondéré.
- 2- Montrer que $p(R) = \frac{3}{20}$.
- 3- Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B?

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes (c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve, les urnes retrouvent leur composition initiale).

Soit x un entier naturel non nul.

Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.

On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves.

- 1- Déterminer les valeurs prises de la variable aléatoire G .
- 2- Déterminer la loi de probabilité de G .
- 3- Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x .
- 4- Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G) > 0$?

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - \frac{\ln(x)}{x^2}$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- Soit u la fonction définie par $u(x) = x^3 - 1 + 2\ln(x)$
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de u noté D_u
 - b) Calculer les limites de u aux bornes de D_u . Attention on n'étudiera pas les branches infinies
 - c) Étudier le sens de variation de la fonction u sur D_u et dresser le tableau de variations
 - d) Calculer $u(1)$ et en déduire le signe de $u(x)$ pour x appartenant à D_u
- 2- Étude de la fonction f
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de f noté D_f
 - b) Compléter le programme suivant pour définir en Scilab la fonction f .

```
.....  
def f(x) :  
    return .....
```
 - c) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

- d) Déterminer la fonction dérivée de f (indication: u n'est jamais loin...) et construire le tableau de variations de la fonction f .

3- Éléments graphiques et tracés.

- a) Démontrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote oblique à la courbe $\mathcal{C}$ en $+\infty$.
- b) Déterminer la position de $\mathcal{C}$ par rapport à D
- c) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la droite D