LYCEE JEAN PERRIN **2024-2025**

EC1

FEUILLE D'EXERCICES N°220

LOI BINOMIALE

RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

① Rappeler les formules de calculs des puissances (avec des a et des e) et des racines carrées, des logarithmique népérien
② Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2, de $\ln(x)$ et e^x
③ Rappeler les formules de $E(X)$ $V(X)$ et de la fonction de répartition
④ Rappeler le formulaire des dérivées. Rappeler l'équation de la tangente
⑤ Comment étudier les variations d'une fonction
⑥ Rappeler le théorème de la bijection et comment étudier la convexité.
⑦ Position d'une courbe et d'une droite. position d'une courbe et d'une tangente
⑧ Comment étudier le sens de variation d'une suite, rappeler le formulaire des suites arithmétiques ,géométriques .Rappeler la méthode d'étude des suite arithmético-géométrique
⑨ Rappeler les limites de e^x, $\ln(x)$ et les croissances comparées

PIQURE DE RAPPEL

Exercice A:

Étudier les fonctions suivantes : ensemble de définition, limites et branches infinies ,sens de variations , tableau de variations, courbe et un programme `Python` qui trace la courbe après avoir définie la fonction.

1- $f(x) = x^2(1-\ln(x))$
2- $f(x) = e^{4x} - 4x + 1$

Exercice B:

Une urne contient n boules blanches ($n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$), 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne .

1- Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches ?
2- On note $p(n)$ la probabilité de tirer deux boules de même couleur.
  a) Montrer que $p(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$
  b) Écrire un 5 programmes `Python` qui demande la valeur de n à l'utilisateur et qui affiche $p(n)$
  c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$. Interpréter ce résultat.

Exercice 1 :
On considère une pièce dont la probabilité d'avoir pile est de 0,3. On lance la pièce 10 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 piles ?

Exercice 2 :
On sait que la probabilité pour qu 'un étudiant soit diplômé est de 0,4 .

1- Calculer pour un groupe de 100 étudiants la probabilité pour :
  - **a)** qu'aucun ne soit diplômé.
  - **b)** qu'un et un seul soit diplômé.
  - **c)** qu'au moins deux soient diplômés.
  - **d)** qu'ils soient tous diplômés.
  - **e)** qu'au moins un **ne soit pas** diplômé.

2- Donner , en moyenne, le nombre de diplômé sur les 100 étudiants

Exercice 3 :
Un camelot vendeur de stylos feutre propose des lots de 5 stylos identiques.
Il affirme que des expériences nombreuses ont permis de vérifier que 80% de ses stylos permettraient d'écrire sans arrêt pendant une semaine.

1- Quelle est la probabilité pour que les 5 stylos d'un lot soient tous capables de tenir la semaine de travail continu ?
2- Quelle est la probabilité pour qu'aucun ne parvienne à effectuer ce travail ?
3- Quelle est la probabilité pour que 3 au moins soient hors d'usage avant le délai ?
4- Quelle est la probabilité pour que 3 au plus soient hors d'usage avant le délai ?

Exercice 4 :
On effectue un tirage simultané ,au hasard, de 4 billes dans un sac contenant 7 billes blanches et 3 billes noires.
On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de boules noires tirées.

1- Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ?
2- Calculer l'espérance la variance et l'écart type de la variable aléatoire X .
3- Répondre aux mêmes questions que précédemment lorsque le tirage se fait de successivement avec remise.

Exercice 5 :
Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25 % au premier fournisseur et 75 % au second.
La proportion de composants défectueux est de 3% chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second. On note :

- D l'évènement « le composant est défectueux » ;
- F_1 l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;
- F_2 l'évènement « le composant provient du second fournisseur ».

1- Démontrer que $p(D) = 0{,}0225$.
2- Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?
3- Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

Exercice 6 :

On dispose de deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient 2 billes vertes et 8 billes rouges toutes indiscernables au toucher.
L'urne U_2 contient 3 billes vertes et 7 billes rouges toutes indiscernables au toucher.

Une partie consiste, pour un joueur, à tirer au hasard une bille de l'urne U_1, noter sa couleur et remettre la bille dans l'urne U_1 puis de tirer au hasard une bille de l'urne U_2, noter sa couleur et remettre la bille dans l'urne U_2. À la fin de la partie, si le joueur a tiré deux billes vertes il gagne un lecteur MP3. S'il a tiré une bille verte, il gagne un ours en peluche. Sinon il ne gagne rien.

On note :
V_1 l'évènement : « le joueur tire une boule verte dans U_1 »
V_2 l'évènement : « le joueur tire une boule verte dans U_2 ».
Les évènements V_1 et V_2 sont indépendants.

1- Montrer que la probabilité de gagner un lecteur MP3 est $p = 0{,}06$.
2- Quelle est la probabilité de gagner un ours en peluche ?
3- On appelle n le nombre de personnes participant à la loterie un jour donné et jouant une seule fois. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de personnes gagnants un lecteur MP3
 a) Déterminer la loi de Y. On précisera en particulier $Y(\Omega)$ et $P(Y = k)$ pour tout k de $Y(\Omega)$.
 b) Déterminer la probabilité que qu'une personne gagne un lecteur MP3.
 c) Déterminer la probabilité que qu'aucune personne gagne un lecteur MP3.
 d) Déterminer, en fonction de n, les valeurs de $E(Y)$ et $V(Y)$
 e) On note p_n la probabilité que l'une au moins de ces personnes gagne un lecteur MP3. Déterminer la plus petite valeur de n vérifiant $p_n > 0{,}99$ par 2 méthodes: par les calculs et par `Python`

On pourra s'aider du calcul suivant $-\dfrac{\ln(100)}{\ln(0{,}94)} \approx 74{,}42$