CORRECTION DU TEST N°19

***Exercice* 1 :**
Dans la suite de l'exercice on notera $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f
Donner une interprétation graphique des limites suivantes.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ **La droite d'équation $y=3$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.**
$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$ **La droite d'équation $x=0$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$.**

sachant que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ $\mathscr{C}$ **admet une branche parabolique de direction (Oy) en $+\infty$**
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ $\mathscr{C}$ **admet une branche parabolique de direction (Ox) en $+\infty$**
$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x) = +\infty$ $\mathscr{C}$ **admet une branche parabolique de direction asymptotique $y=2x$ en $+\infty$**
$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x) = 3$ **La droite d'équation $y=2x+3$ est asymptote oblique à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.**

***Exercice* 2 :**
Soit f la fonction définie par $f(x) = (2x^2 - 3x + 1)e^x$
1- <u>Déterminer Df</u>
$Df = \mathbb{R}$

2- <u>Déterminer la limite de f en $-\infty$ et en donner une interprétation graphique</u>
$f(x) = 2x^2e^x - 3xe^x + e^x$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 \text{ car } \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x^2e^x = 0 \text{ croissances comparées} \\ \lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0 \text{ croissances comparées} \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \end{cases}$$

<u>Conclusion</u> : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)=0$. La droite D d'équation $y=0$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $-\infty$.

3- <u>Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et de la droite D d'équation $y = 0$</u>
Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et D revient à étudier le signe de $f(x) - y_D$
$f(x) - y_D = \ = f(x) - 0 = f(x) = (2x^2 - 3x + 1)e^x$
$\forall\ x \in Df$, $e^x > 0$ donc $f(x) - y_D$ est du signe de $2x^2 - 3x + 1 = (x-1)(2x-1)$

x	$-\infty$	$1/2$		1	$+\infty$
$f(x)-y_D$	$+$	0	$-$	0	$+$
position	$\mathscr{C}$ est au-dessus de D	$\mathscr{C}$ coupe D en $(1/2\ ;\ 0)$	$\mathscr{C}$ est en dessous de D	$\mathscr{C}$ coupe D en $(1\ ;\ 0)$	$\mathscr{C}$ est au-dessus de D

4- Déterminer la limite de *f* en $+\infty$ et étudier les branches infinies

$f(x)=(2x^2-3x+1)e^x$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \text{ car } \begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}(2x^2-3x+1)=\lim\limits_{x\to+\infty}2x^2=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty \end{cases}$$

Etude des branches infinies

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-3x+1}{x}e^x=+\infty \text{ car } \begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2-3x+1}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}2x=+\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty \end{cases}$$

Conclusion :

$\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction (Oy) en $+\infty$