

CORRECTION DU TEST N°020

Partie I – Les réclamations

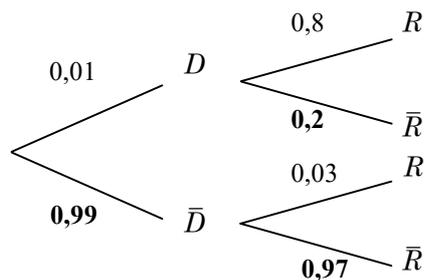
On constate que 1% des savons présentent un défaut. Quand quelqu'un achète un savon défectueux, il porte réclamation dans 80% des cas. Mais si le savon n'est pas défectueux, il porte quand même réclamation dans 3% des cas.

On prend un client, qui a acheté un savon, au hasard. On considère les événements suivants :

- D : “ Le savon est défectueux. ”
- R : “ Le client porte réclamation. ”

1- Calculer la probabilité que le savon soit défectueux et que le client porte réclamation.

Etablissons un arbre pondéré de la situation



$$P(D \cap R) = P(D)P_D(R) = 0,01 \times 0,8 = 0,008$$

Conclusion : la probabilité que le savon soit défectueux et que le client porte réclamation est **0,008**

2- Calculer la probabilité que le client porte réclamation.

D et \bar{D} forment un système complet d'événement donc d'après la formule des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(D \cap R) + P(\bar{D} \cap R) \\ &= P(D \cap R) + P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(R) \\ &= 0,008 + 0,99 \times 0,03 \quad \text{car } P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0,01 = 0,99 \\ &= 0,008 + 0,0297 = 0,0377 \end{aligned}$$

Conclusion : la probabilité que le client porte réclamation. est égale à **0,0377**

3- Un client porte réclamation. Quelle est la probabilité que son savon ait réellement un défaut ?

$$P(R) = 0,0377 \neq 0 \text{ d'où } P_R(D) = \frac{P(R \cap D)}{P(R)} = \frac{0,008}{0,0377} = \frac{80}{377}$$

Conclusion : la probabilité que son savon ait réellement un défaut sachant que le client porte réclamation est $\frac{80}{377}$

Partie II - Production de savons

On sait que chaque savon a 1% de chance de présenter un défaut de fabrication. Chaque boîte contient 12 savons.

On tire au hasard une boîte en sortie d'usine et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de savons présentant un défaut dans cette boîte.

1- Déterminer la loi de X .

L'épreuve consiste à prélever un savon d'une boîte. Elle a deux issues :

- ♦ le succès : "le savon présente un défaut" de probabilité 0,01
- ♦ l'échec : l'événement contraire de probabilité $1 - 0,01 = 0,99$

L'expérience se répète 12 fois de **manière identique et indépendante**

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès parmi les 12 expériences.

Conclusion :

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(12; 0,01)$

$X(\Omega) = \llbracket 0; 12 \rrbracket$

$\forall k \in \llbracket 0; 12 \rrbracket$, $P(X=k) = \binom{12}{k} (0,01)^k (0,99)^{12-k}$

2- Donner l'espérance et la variance de X (sans faire le calcul) .

$$E(X) = np = 12 \times 0,01 = 0,12$$

$$V(X) = npq = 0,12 \times 0,99$$

3- Calculer la probabilité que la boîte n'ait aucun savon défectueux.

$$P(X=0) = \binom{12}{0} (0,01)^0 (0,99)^{12} = (0,99)^{12}$$

Conclusion : la probabilité que la boîte n'ait aucun savon défectueux est $(0,99)^{12}$

4- En déduire la probabilité que la boîte ait au moins 1 savons défectueux.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - (0,99)^{12}$$

Conclusion : la probabilité que la boîte ait au moins 1 savons défectueux est $1 - (0,99)^{12}$