

ECT1



TP 14: Système d'équations

Une matrice à n lignes et p colonnes est un tableau de nombres réels à n lignes et p colonnes.

exemples :

$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ est une matrice à lignes et colonnes

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ est une matrice à lignes et colonnes

Remarques : L'ensemble des matrices à n lignes et p colonnes se note $M_{n,p}(\mathbb{R})$.

Si $p=n$, la matrice est dite carrée d'ordre n et on note $M_n(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices carrées d'ordre n .

exemple : $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ (en Python : `np.array([ [1,-1] , [0,3] ] )`)

Si $p=1$, la matrice est dite matrice colonne et on note $M_{n,1}(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices colonnes.

exemple : $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (en Python :)

Si $n=1$, la matrice est dite matrice ligne et on note $M_{1,p}(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices lignes.

exemple : $(1 \ 2 \ 3)$ (en Python :)

Si tous les coefficients de la matrice sont nuls, on dit que la matrice est nulle et on la note $0_{n,p}$ ou 0_n dans le cas des matrices carrées.

exemples :

$0_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (en Python : `np.zeros( (3, 3) )`)

$0_{2,3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (en Python :)

Exercice 1 :

Soit le système
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2y+2z=1 \\ 4z=1 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice du type $AX=B$
- 3- Compléter le programme `Python` et le taper dans la console pour résoudre ce système

Remarque : la fonction `inv` du module `numpy.linalg` renvoie l'inverse de la matrice s'il existe

Réponse : $x=\frac{1}{2}$ $y=\frac{1}{4}$ $z=\frac{1}{4}$

Exercice 2 :

Soit le système
$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 5x+7y=3 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice et le résoudre avec `Python`

Réponse : $x=2$ $y=-1$

Exercice 3 :

Soit le système
$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y=0 \\ x+4y+z=0 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice et le résoudre avec `Python`

Réponse : $x=0$ $y=0$ $z=0$

Exercice 4 :

Soit le système
$$\begin{cases} x+y+2z=5 \\ x-y-z=1 \\ x+z=3 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice et le résoudre avec Python

Réponse : $x=3$ $y=2$ $z=0$

Exercice 5 :

Soit le système
$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ x+2y+z=1 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice et le résoudre avec Python

Réponse : $x=-1$ $y=0$ $z=2$

Exercice 6 :

Soit le système
$$\begin{cases} x+2z=1 \\ -y+2z=2 \\ x-2y=1 \end{cases}$$

- 1- Résoudre ce système
- 2- Écrire ce système sous forme de matrice et le résoudre avec Python

Réponse : $x=-\frac{1}{3}$ $y=-\frac{2}{3}$ $z=\frac{2}{3}$