

**CORRECTION DU DEVOIR N°03**

**Exercice 1 :**

On donne :  $E = \sqrt{12}$  ;  $F = \sqrt{27}$  et  $G = \sqrt{20}$

1- Exprimer  $E$ ,  $F$  et  $G$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers,  $b$  étant le plus petit possible

$$E = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$F = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$G = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

2- Calculer  $E \times F$

$$E \times F = \sqrt{2^2 \times 3 \times 3^2 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$\boxed{E \times F = 18}$$

3- Calculer  $E + F$  et  $E \times G$ . Vous donnerez les résultats sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers,  $b$  étant le plus petit possible

$$E + F = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\boxed{E + F = 5\sqrt{3}}$$

$$E \times G = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} = 2 \times 2 \sqrt{3 \times 5} = 4\sqrt{15}$$

$$\boxed{E \times G = 4\sqrt{15}}$$

**Exercice 2 :**

Développer les expressions suivantes

$$\begin{aligned} A(x) &= 2x(x+1) - (12x-11)^2 \\ &= 2x^2 + 2x - ((12x)^2 - 2 \times 12 \times 11x + 11^2) \\ &= 2x^2 + 2x - 144x^2 + 264x - 121 \end{aligned}$$

$$\boxed{A(x) = -142x^2 + 266x - 121}$$

$$\begin{aligned} B(x) &= (3-x)(4-2x) + (-5x)^3 \\ &= (12 - 6x - 4x + 2x^2) - 125x^3 \end{aligned}$$

$$\boxed{B(x) = -125x^3 + 2x^2 - 10x + 12}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+3) \\ &= (2x-1)(x+3) \\ &= 2x^2 + 6x - x - 3 \end{aligned}$$

$$\boxed{C(x) = 2x^2 + 5x - 3}$$

**Exercice 3 :**

Écrire sous la forme d'une seule fraction

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{a}{b^2c^5} + \frac{b^2}{a^4b} + \frac{c^3}{b^5a^2} \\ &= \frac{a^4b^3 \times a + b^4c^5 \times b^2 + a^2c^5 \times c^3}{a^4b^5c^5} \end{aligned}$$

$$\boxed{A(x) = \frac{a^5b^3 + b^6c^5 + a^2c^8}{a^4b^5c^5}}$$

$$\begin{aligned} B(x) &= \frac{7}{(x-1)^2} - \frac{3}{x-2} \\ &= \frac{7(x-2) - 3(x-1)^2}{(x-1)^2(x-2)} \\ &= \frac{7x - 14 - 3(x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2(x-2)} \end{aligned}$$

$$\boxed{B(x) = \frac{-3x^2 + 13x - 17}{(x-1)^2(x-2)}}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= 1 - \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} \\ &= \frac{(x-1)(x-2) - (x-2) + 2(x-1)}{(x-1)(x-2)} \\ &= \frac{x^2 - 3x + 2 - x + 2 + 2x - 2}{(x-1)(x-2)} \end{aligned}$$

$$\boxed{C(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)(x-2)}}$$

**Exercice 4 :**

Factoriser chacune des expressions suivantes

$$A = (5x+1)(3x-2) - (3x-2)$$

$$A = (3x-2)[(5x+1)-1]$$

$$A = (3x-2)(5x)$$

$$\boxed{A = 5x(3x-2)}$$

$$B = (2x+5)^2 + (2x+5)(x-4)$$

$$B = (2x+5)[(2x+5) + (x-4)]$$

$$\boxed{B = (2x+5)(3x+1)}$$

$$C = 9x^2 - 100$$

$$C = (3x)^2 - 10^2$$

$$\boxed{C = (3x-10)(3x+10)}$$

$$\begin{aligned}
 D &= (x+1)^2(x-1) - 16(x-1) \\
 D &= (x-1)[(x+1)^2 - 16] \\
 D &= (x-1)[(x+1)^2 - 4^2] \\
 D &= (x-1)(x+1-4)(x+1+4) \\
 \boxed{D &= (x-1)(x-3)(x+5)}
 \end{aligned}$$

**Exercice 5 :**

Simplifier les expressions suivantes

$$\begin{aligned}
 A &= \ln(3-\sqrt{5}) + \ln(3+\sqrt{5}) \\
 &= \ln(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5}) \text{ car } \forall a > 0 \text{ et } b > 0, \ln(a) + \ln(b) = \ln(ab) \\
 &= \ln(3^2 - \sqrt{5}^2) \text{ on reconnaît } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \text{ avec } a = 3 \text{ et } b = \sqrt{5} \\
 &= \ln(9-5) \\
 &= \ln(4) \\
 &= \ln(2^2) \text{ car } \forall a > 0, \ln(a^x) = x\ln(a) \\
 &= 2\ln(2) \\
 \boxed{A &= 2\ln(2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \ln(4e^5) - \ln\left(\frac{4}{\sqrt{e}}\right) \\
 &= \ln(4) + \ln(e^5) - (\ln(4) - \ln(\sqrt{e})) \\
 &= \ln(4) + 5 - \ln(4) + \ln(e^{\frac{1}{2}}) \text{ car } \forall x \geq 0, \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \\
 &= 5 + \frac{1}{2} \\
 &= \frac{11}{2} \\
 \boxed{B &= \frac{11}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{\ln(12) - \ln(24)}{2\ln(\sqrt{5})} \\
 &= \frac{\ln\left(\frac{12}{24}\right)}{2 \times \frac{1}{2} \times \ln(5)} \\
 &= \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(5)} \\
 &= -\frac{\ln(2)}{\ln(5)} \\
 \boxed{C &= -\frac{\ln(2)}{\ln(5)}}
 \end{aligned}$$



Il n'y a pas de formule pour  $\frac{\ln(a)}{\ln(b)}$