

DS n°2

Ex n°1

a) $2x - 8 = 0$
 $\Leftrightarrow 2x = 8$
 $\Leftrightarrow x = \frac{8}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 4 \in \mathbb{R}$
 Équation polynôme donc $D = \mathbb{R}$
 Donc $S = \{4\}$

c) $3e^x = 21$
 $\Leftrightarrow e^x = \frac{21}{3} = 7$
 $\Leftrightarrow \ln[e^x] = \ln(7)$
 $\Leftrightarrow x = \ln(7) \in \mathbb{D}$
 L'exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ donc $D = \mathbb{R}$
 Donc $S = \{\ln(7)\}$

e) $3x - (x + 2) = 3 - 6x$
 $\Leftrightarrow 3x - x - 2 = 3 - 6x$
 $\Leftrightarrow 2x - 2 = 3 - 6x$
 $\Leftrightarrow 2x + 6x = 3 + 2$
 $\Leftrightarrow 8x = 5$
 $\Leftrightarrow x = \frac{5}{8} \in \mathbb{D}$
 Équation polynôme donc $D = \mathbb{R}$
 Donc $S = \{\frac{5}{8}\}$

Ex n°2

a) f_1 est une fonction polynomiale donc $D_{f_1} = \mathbb{R}$
 b) $f_2(x) = \sqrt{3x - 6}$ Il faut que $3x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 2$ Ainsi $D_{f_2} = [2, +\infty[$
 c) $f_3(x) = \frac{3x}{e^{2x} + 3}$ Il faut que $e^{2x} + 3 \neq 0 \Leftrightarrow e^{2x} \neq -3$ Ce qui est toujours le cas!
 Donc $D_{f_3} = \mathbb{R}$

b) $\frac{4}{5}x - 2 = 1$
 $\Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 3$
 $\Leftrightarrow x = \frac{3}{\frac{4}{5}} = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4} \in \mathbb{D}$
 Équation polynôme donc $D = \mathbb{R}$
 Donc $S = \{\frac{15}{4}\}$

d) $2\ln(x-1) = -3$
 $\Leftrightarrow \ln(x-1) = -\frac{3}{2}$
 $\Leftrightarrow e^{\ln(x-1)} = e^{-\frac{3}{2}}$
 $\Leftrightarrow x-1 = e^{-\frac{3}{2}}$
 $\Leftrightarrow x = e^{-\frac{3}{2}} + 1 \geq 1$
 il faut $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ donc $D = [1, +\infty[$
 Donc $S = \{e^{-\frac{3}{2}} + 1\}$

f) $e^{1-x} = e^4$
 $\Leftrightarrow \ln[e^{1-x}] = \ln(e^4)$
 $\Leftrightarrow 1 - x = 4$
 $\Leftrightarrow -x = 3$
 $\Leftrightarrow x = -3 \in \mathbb{D}$
 exponentielle donc $D = \mathbb{R}$
 Donc $S = \{-3\}$

① Ex n°3 a) $A = 3(u-5) - [(u+1)(2u-1)] = 3u - 15 - [u \times 2u - u \times 1 + 1 \times 2u - 1 \times 1]$
 $= 3u - 15 - [2u^2 - u + 2u - 1] = 3u - 15 - 2u^2 + u - 2u + 1$

Donc $A = -2u^2 + 2u - 14$

b) $B = (2u - \frac{1}{2})^2$ On reconnaît $(a-b)^2$ avec $a = (2u)$
 $b = (\frac{1}{2})$ ⚠ Pensez à mettre les parenthèses!

$= (2u)^2 - 2 \times (2u) \times (\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2$

$= 4u^2 - 2u + \frac{1}{4}$

② a) $c = \ln(\sqrt{\frac{1}{200}}) = \frac{1}{2} \ln(\frac{1}{200}) = \frac{1}{2} (-\ln(200)) = -\frac{1}{2} \ln(2^3 \times 5^2)$
 $= -\frac{1}{2} (\ln(2^3) + \ln(5^2)) = -\frac{1}{2} (3\ln(2) + 2\ln(5)) = -\frac{3}{2} \ln(2) - \ln(5)$

$200 = 2 \times 100 = 2 \times 4 \times 25 = 2^3 \times 5^2$

b) $D = \ln(40) - 3\ln(\frac{2}{25}) = \ln(2^3 \times 5) - 3(\ln(2) - \ln(5^2)) = \ln(2^3) + \ln(5) - 3(\ln(2) + 2\ln(5))$
 $= 3\ln(2) + \ln(5) - 3\ln(2) - 6\ln(5) = -5\ln(5)$

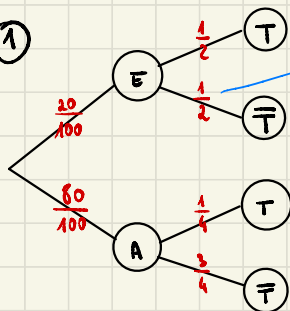
c) $E = e^{\ln(5) - 2\ln(4)} = e^{\ln(5) - \ln(4^2)} = e^{\ln(\frac{5}{16})} = \frac{5}{16}$

③ a) $F = \frac{3^{x+4}}{4^{x+4}} = \frac{3^x \times 3^4}{4^x \times 4^4} = \frac{3^x}{4^x} \times \frac{81}{256} = \frac{3^x - 4}{4^x}$

b) $G = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{n(n+1)(n+2)} + \frac{n(n+2)}{n(n+1)(n+2)} + \frac{n(n+1)}{n(n+1)(n+2)}$
 $= \frac{n^2 + 2n + 2 + n^2 + 2n + n^2 + n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{3n^2 + 6n + 2}{n(n+1)(n+2)}$

Ex n°4

①



Chac 1 - 1/2 = 1/2

② $P(ENT) = P(E) \times P_E(T)$

$$= \frac{20}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} = 0,1$$

③ (E, A) formant un système complet d'événements.

D'après la formule

des probabilités totales:

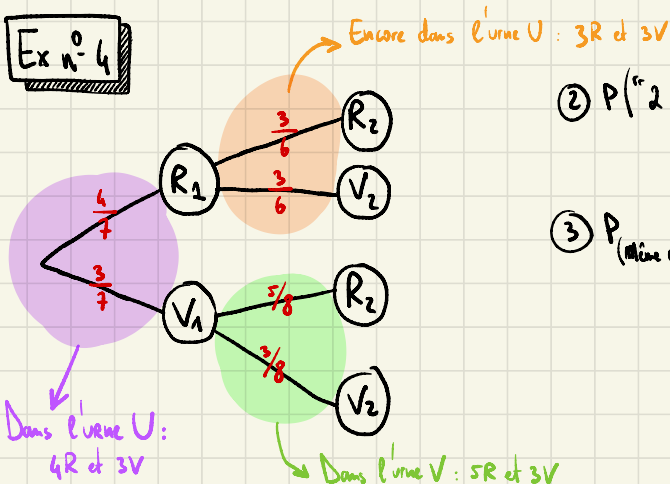
$$\begin{aligned} P(T) &= P(ENT) + P(ANT) \\ &= 0,1 + P(A) \times P_A(T) \\ &= 0,1 + \frac{80}{100} \times \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$= 0,1 + \frac{2}{10} = 0,1 + 0,2 = 0,3$$

En effet $\frac{20}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{10}$

④ On veut calculer $P_T(E) = \frac{P(ENT)}{P(T)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3}$

Ex n°4



② $P(\text{"2 boules vertes"}) = P(V_1 \cap V_2) = P(V_1) \times P_{V_1}(V_2)$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{56}$$

③ $P_{\text{(même couleurs)}}(\text{"2 rouges"}) = P_{(V_1 \cap V_2 \cup R_1 \cap R_2)}(R_1 \cap R_2)$

$$= \frac{P(R_1 \cap R_2)}{P[(V_1 \cap V_2) \cup (R_1 \cap R_2)]} = \frac{P(R_1)P_{R_1}(R_2)}{P(V_1)P_{V_1}(V_2) + P(R_1)P_{R_1}(R_2)}$$

$$= \frac{\frac{4}{7} \times \frac{3}{6}}{\frac{3}{7} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{7} \times \frac{3}{6}} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{9}{56} + \frac{2}{7}} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{9}{56} + \frac{16}{56}} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{25}{56}} = \frac{2}{25} \times \frac{56}{25} = \frac{16}{25}$$

④ $P(\text{"1R et 1V"}) = P[(R_1 \cap V_2) \cup (V_1 \cap R_2)]$

$$= P(R_1)P_{R_1}(V_2) + P(V_1)P_{V_1}(R_2) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{2}{7} + \frac{15}{56}$$

$$= \frac{16}{56} + \frac{15}{56} = \frac{31}{56}$$