

ECT1 - DEVOIR SURVEILLÉ N°2

Durée : 2 heures.

Documents et calculatrices interdits.

Les résultats doivent obligatoirement être encadrés (ou surlignés).

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes (on précisera les ensemble de définitions).

a) $2x - 8 = 0$

d) $2 \ln(x - 1) = -3$

b) $\frac{4}{5}x - 2 = 1$

e) $3x - (x + 2) = 3 - 6x$

c) $3e^x = 21$

f) $e^{1-x} = e^4$

Exercice 2

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes.

a) $f_1(x) = 7x^2 - 6x$

b) $f_2(x) = \sqrt{3x - 6}$

c) $f_3(x) = \frac{3x}{e^{7x} + 3}$

Exercice 3

1. Développer les expressions suivants :

a) $A = 3(x - 5) - (x + 1)(2x - 1)$

b) $B = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

2. Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(5)$ les expressions suivantes :

a) $C = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{200}}\right)$

b) $D = \ln(40) - 3 \ln\left(\frac{2}{25}\right)$

c) $E = e^{\ln(5) - 2 \ln(4)}$

3. Mettre sous la forme d'une seule fraction (la plus réduite possible) les expressions suivantes :

a) $F = \frac{3}{4} - \frac{1}{x}$

b) $G = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$

Exercice 4

On étudie quelques situations probabilistes liées à un standard téléphonique d'un service après-vente. Le standard de ce service après-vente reçoit deux types d'appels : les appels concernant le petit électroménager et les appels concernant les appareils audio et vidéo.

Lors d'un appel, le problème est soit résolu directement par téléphone, soit il nécessite l'intervention d'un technicien. On considère les événements suivants :

- E : «un appel concerne le petit électroménager».
- A : «un appel concerne les appareils audio-vidéo».
- T : «le problème posé se résout directement par téléphone».

De plus des études ont permis d'établir les résultats suivants :

- Le standard reçoit 20% d'appels concernant le petit électroménager et 80% d'appels concernant les appareils audio et vidéo.
- Parmi les appels concernant le petit électroménager, la probabilité pour que le problème soit résolu par téléphone est de $\frac{1}{2}$.
- Parmi les appels concernant un appareil audio-vidéo, la probabilité pour que le problème soit résolu par téléphone est de $\frac{1}{4}$.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer $P(E \cap T)$.
3. Montrer que $P(T) = 0,3$.
4. On sait qu'une personne appelant le standard a vu son problème résolu directement par téléphone. Calculer la probabilité pour que le problème posé concerne un petit électroménager.

Exercice 5

On considère deux urnes. L'urne U contient 4 boules rouges et 3 boules vertes. L'urne V contient 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire au hasard une boule dans l'urne U (sans l'y remettre), puis on procède au tirage d'une deuxième boule, dans l'urne U si la première boule tirée est rouge, dans l'urne V si la première boule tirée est verte.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules vertes ? 2 boules rouges ?
3. On sait que les 2 boules tirées sont de la même couleur. Quelle est la probabilité qu'elles soient rouges?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir 1 boule rouge et 1 boule verte?