

Exercice 1

Les expressions suivantes définissent-elles une fonction polynôme ? Si oui, donner le degré, le coefficient dominant et le coefficient constant.

1. $P(x) = 4x + 5x^3 + 2$

4. $P(x) = -(x + 2)(x^2 - 5)$

2. $P(x) = \frac{1}{x} + 2x^3 + x$

5. $P(x) = 1 + x + 2x^3 + x^{-4}$

3. $P(x) = 3x - 2x^5$

6. $P(x) = 4(x + 2) - \sqrt{5}$

Exercice 2

Le réel a est-il une racine du polynôme P ?

1. $P(x) = -5x + 10, \quad a = 2$

3. $P(x) = x + x^4, \quad a = -1$

2. $P(x) = 3x^2 - 5x + 1, \quad a = 1$

4. $P(x) = 2 + 5x + 3x^2, \quad a = -\frac{2}{3}$

Exercice 3

Dire si les expressions suivantes sont des polynômes du second degré et si oui, identifier a, b, c .

1. $f(x) = x^2 + x + 1$

5. $f(x) = x^2 + 1$

2. $f(x) = 3x - x^2$

6. $f(x) = 7x^2 + x$

3. $f(x) = x^2 + x + 1 - x^2$

7. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{7}$

4. $f(x) = 2x - 3 + x^2$

8. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x\sqrt{2} + \pi$

Exercice 4

Tracer les courbes représentatives des polynômes suivants.

1. $P(x) = 3x - 1$

2. $P(x) = -\frac{1}{2}x - 2$

3. $P(x) = -x^2 + x + 2$

Exercice 5

Les équations suivantes admettent une racine évidente. Factoriser puis déterminer l'autre racine

1. $3x^2 + 7x + 4 = 0$

3. $2x^2 - 3x - 2 = 0$

2. $-4x^2 + 11x = 0$

4. $5x^2 - x - 4 = 0$

Exercice 6

Déterminer les racines des polynômes suivants et construire les tableaux de signes.

1. $P(x) = 3x - 5$

6. $P(x) = 4x^2 - 1$

2. $P(x) = -2x + 7$

7. $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 3$

3. $P(x) = -2x^2 - 3x + 2$

8. $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 7x + 10$

4. $P(x) = x^2 - x + 4$

9. $P(x) = x^4 - 4x^2 + 3$

5. $P(x) = 2x^2 - 4x + 2$

10. $P(x) = x^4 + 2x^2 + 7x - 10$

Exercice 7

Poser la division euclidienne de $x^3 - 4x^2 + 7x - 12$ par $x - 3$.

Exercice 8

Vérifier que le nombre a est une racine du polynôme proposé puis résoudre l'équation $P(x) = 0$ et factoriser $P(x)$.

1. $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 5x - 14$ avec $a = 2$

2. $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 8x + 3$ avec $a = -1$

3. $P(x) = -x^4 + 6x^3 - 16x^2 + 21x - 10$ avec $a = 1$ et $a = 2$

Exercice 9

Construire le tableau de signes des polynômes suivants.

1. $P(x) = -\sqrt{5}x + 1$

3. $P(x) = 2x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$

2. $P(x) = 2x^2 - x - 3$

4. $P(x) = -x^3 - x^2 - 4$

Exercice 10

Résoudre les inéquations suivantes.

1. $-\sqrt{5}x + 1 \geq 0$

7. $-2x^2 + 5x \geq 5$

2. $2x^2 + 3x - 4 < 1 + 2x^2 - 3x$

8. $\frac{3x - 1}{5 - x} < 1$

3. $x + 5 > x^2$

9. $(2x - 1)(-x - 3) < 0$

4. $2(x - 1)(x + 2) < 3$

10. $-5x^2 + x - 1 < 0$

5. $4x^3 + 4x^2 \geq 7x - 2$

11. $-2x^2 + x - 3 < 0$

6. $x^4 + x^2 - 6 < 0$

12. $x^2 + 3x + 4 \geq 0$

Exercice 11

Réduire au même dénominateur les expressions suivantes puis factoriser le numérateur obtenu. Ne pas oublier l'ensemble de définition.

1. $f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + \frac{1}{9}$

5. $f(x) = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1} + 1$

2. $f(x) = \frac{3x}{2-x} - \frac{x+2}{x}$

6. $f(x) = \frac{x}{x+3} - \frac{x+9}{(x+3)^2} + 1$

3. $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{x+1}{4x} - 1$

4. $f(x) = \frac{2-5x}{5x} - \frac{4}{x^2} + 1$

7. $f(x) = 2 + \frac{3}{x} - \frac{3x+8}{x^2}$

Exercice 12

1. Déterminer des réels
- a
- et
- b
- tels que, pour tout
- $x \in \mathbb{R}$
- :

$$(2x+1)(ax^2+bx+c) = 8x^3 + 2x + 2$$

2. Déterminer des réels
- a
- et
- b
- tels que, pour tout
- $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$
- :

$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$$

3. Déterminer des réels
- a
- et
- b
- tels que, pour tout
- $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
- :

$$\frac{x+3}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

Exercice 13

Résoudre les inéquations proposées:

1. $(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 2x + 1) < 0$

4. $3x - 4 + \frac{1}{x} > 0$

2. $\frac{-x^2 - x - 1}{2x^2 - 3x - 1} \geq 0$

5. $-2x + 5 - \frac{6}{x+1} < 0$

3. $\frac{-3x(2x-1)}{(x+3)^2} \leq 0$

6. $-5x^3 + 7x^2 + 21x + 9 \leq 0$