

Chapitre n° 3 : Polynômes

Méthode de Horner

La méthode dite de Horner (William George Horner 1786-1837) est une méthode très pratique utilisée pour factoriser un polynôme. Elle possède toutefois un inconvénient majeur, c'est que pour l'exploiter, tu dois **connaître au moins une racine entière du polynôme** (c'est la valeur qui annule le polynôme).

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 4$

- Il faut trouver une racine **entière** dite *évidente*. Une racine entière d'un polynôme est toujours un diviseur du terme constant. Dans l'exemple, les racines entières à envisager sont $\pm 1, \pm 2, \pm 4$ car le terme constant est « -4 ».

- Dans un deuxième temps, tu vas élaborer un tableau constitué de trois lignes. Avant de placer la moindre valeur numérique, veille à **ordonner** et **compléter** le polynôme.

Pour rappel, un polynôme est ordonné par rapport à une variable s'il contient toutes les puissances de cette variable à partir de la plus élevée.

Par exemple $P(x) = x^4 - x^2 + 3x^3$ n'est pas ordonné. En effet, l'écriture ordonnée est $P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2$.

Un polynôme de degré n est complet lorsque la variable x figure à toutes les puissances égales ou inférieures à n en n'oubliant pas le terme constant.

Par exemple $P(x) = x^4 + 3x^3 - x + 1$ n'est pas complet, alors que $P(x) = x^4 + 3x^3 + 0x^2 - x + 1$ l'est.

- À la première ligne, place les coefficients des différents termes du polynôme. À la deuxième ligne (première colonne), place la racine entière déterminée :

	2	-3	5	-4
1				

- Afin de compléter le tableau, il suffit d'abaisser à la troisième ligne le coefficient du terme de plus haut degré du polynôme (ici le 2).

	2	-3	5	-4
1				
	2			

- Ensuite, multiplie ce nombre par la racine (nombre en rouge) : $2 \times 1 = 2$. Écris alors ce résultat en dessous du nombre en vert. Cela donne :

	2	-3	5	-4
1		2 (2×1)		
	2			

- Ensuite, additionne le nombre de la première colonne à celui que l'on vient d'obtenir ($-3 + 2 = -1$) :

	2	-3	5	-4
1		2		
	2	-1		

- On recommence alors le même processus pour toutes les colonnes restantes :

	2	-3	5	-4
1		2	-1	
	2	-1		

	2	-3	5	-4
1		2	-1	
	2	-1	4	

	2	-3	5	-4
1		2	-1	
	2	-1	4	0

- Sois attentif d'obtenir 0 en fin d'opérations! Dans le cas contraire, vérifie tes calculs car une erreur a été commise : tu dois toujours obtenir 0!
- Les trois nombres (en vert) obtenus à la dernière ligne sont les coefficients du polynôme quotient. Ce polynôme quotient est toujours un degré en dessous du polynôme à factoriser. Ainsi, dans notre exemple, puisque le polynôme à factoriser était de degré 3 , le polynôme quotient sera donc de degré 2.
Il s'écrira $Q(x) = 2x^2 - x + 4$.
- Tu es presque au bout du processus. L'écriture factorisée de $P(x)$ n'est rien d'autre que le polynôme quotient multiplié par (x - racine). Autrement écrit : $P(x) = Q(x)(x - \text{«racine»})$
- Nous obtenons donc la factorisation : $2x^3 - 3x^2 + 5x - 4 = (2x^2 - x + 4)(x - 1)$.

Exemple 1. Factoriser le polynôme $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

