

CONCOURS BLANC N°1

Ex n°1

a) L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

$$1 - x = 0 \xrightarrow{+1} -x = -1 \xrightarrow{\times (-1)} x = 1 \in \mathbb{R}$$

Donc $S = \{1\}$

c) $5e^{2x} = 15$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow e^{2x} &= \frac{15}{5} = 3 \\ \Leftrightarrow \ln[e^{2x}] &= \ln(3) \\ \Leftrightarrow 2x &= \ln(3) \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\ln(3)}{2} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Donc $S = \left\{ \frac{\ln(3)}{2} \right\}$

e) $-2(x+2)+1=1+4x$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -2x - 4 + 1 &= 1 + 4x \\ \Leftrightarrow -2x - 3 &= 1 + 4x \\ \Leftrightarrow -2x - 4x &= 1 + 3 \\ \Leftrightarrow -6x &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Donc $S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

Ex n°2

a) $f_1(x) = 8x + e^{2x}$ somme de composition de polynôme et de l'exponentielle. Donc $D_{f_1} = \mathbb{R}$

b) $f_2(x) = \sqrt{-2x+8}$ Il faut que $-2x+8 \geq 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -2x &\geq -8 \\ \Leftrightarrow x &\leq \frac{-8}{-2} \\ \Leftrightarrow x &\leq 4 \end{aligned}$$

Donc $D_{f_2} =]-\infty; 4]$

c) $f_3(x) = \frac{3x}{2x^2-18}$ Il faut que $2x^2-18 \neq 0$

b) $\frac{1}{3}x - 4 = 2$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x &= 6 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{6}{\frac{1}{3}} = 6 \times \frac{3}{1} = 18 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Donc $S = \{18\}$

d) $3\ln(2x) = -12$ L'équation est définie pour $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \ln(2x) &= -4 \\ \Leftrightarrow e^{\ln(2x)} &= e^{-4} \\ \Leftrightarrow 2x &= e^{-4} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{e^{-4}}{2} > 0 \end{aligned}$$

Donc $S = \left\{ \frac{e^{-4}}{2} \right\}$

e) $3x^2 + 4 = e^x$ L'équation est définie sur $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \ln[3x^2 + 4] &= \ln(e^x) \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 4 &= x \\ \Leftrightarrow 3x^2 - x + 4 &= 0 \end{aligned}$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 3 \times 4 = 1 - 48 = -47 < 0$
L'équation ne possède pas de solution.

On résout $2x^2 - 18 = 0$

$a=2 \quad b=0 \quad c=(-18)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 2 \times (-18) = 8 \times 18 = 144 > 0$ Donc il y a 2 racines.

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0 - \sqrt{144}}{2 \times 2} = \frac{-12}{4} = -3$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0 + \sqrt{144}}{2 \times 2} = \frac{12}{4} = 3$

Ainsi $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$

Ex n°3

① $A = 5(n-1) - (2n+3)^2 = 5n - 5 - [(2n)^2 + 2 \times 2n \times 3 + 3^2] = 5n - 5 - [4n^2 + 12n + 9]$

$A = 5n - 5 - 4n^2 - 12n - 9 = -4n^2 - 7n - 14$

$B = (n+2)^3 = (n+2) \left[(n+2)^2 \right] = (n+2) [n^2 + 4n + 4]$
 $= n^3 + 4n^2 + 4n + 2n^2 + 8n + 8$
 $= n^3 + 6n^2 + 12n + 8$

② $C = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{32}}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{32}\right) = -\frac{1}{2} \ln(32) = -\frac{1}{2} \ln(2^5 \times 2^2) = -\frac{1}{2} [3 \ln(2) + 2 \ln(3)] = -\frac{3}{2} \ln(2) - \ln(3)$

$D = \ln(12) + 4 \ln\left(\frac{3}{16}\right) = \ln(2^2 \times 3) + 4 [\ln(3) - \ln(2^4)] = 2 \ln(2) + \ln(3) + 4 \ln(3) - 16 \ln(2) = 5 \ln(3) - 14 \ln(2)$

③ $E = \frac{1^{\frac{1}{5}}}{5^{\frac{1}{5}}} - \frac{2^{\frac{1}{5}}}{4^{\frac{1}{5}}} = \frac{n^{\frac{1}{5}}}{5^{\frac{1}{5}}} - \frac{10}{5^{\frac{1}{5}}} = \frac{n^{\frac{1}{5}} - 10}{5^{\frac{1}{5}}}$

$F = \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2} = \frac{1(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2)} + \frac{1n(n-2)}{n(n-1)(n-2)} + \frac{n(n-1)}{n(n-1)(n-2)} = \frac{n^2 - 2n - n + 2 + n^2 - 2n + n^2 - n}{n(n-1)(n-2)} = \frac{3n^2 - 6n + 2}{n(n-1)(n-2)}$

Ex n°4

a) $-2x^2 + x = 2 \iff -2x^2 + x - 2 = 0$

$a=(-2) \quad b=1 \quad c=(-2)$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 1 - 16 = -15 < 0$

Donc l'équation ne possède pas de solution.

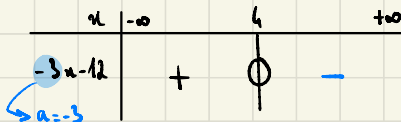
b) $\frac{4x^2 - 4x + 1}{x+2} = 0 \iff \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1 = 0 \longrightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 16 - 16 = 0 \rightarrow 1 \text{ racine} \\ \text{et } x+2 \neq 0 \iff x \neq -2 \end{cases}$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$

Donc $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Ex n°5

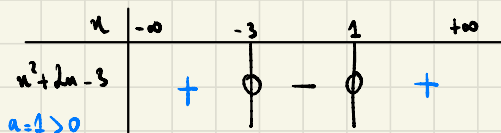
a) $f_1(x) = -3x - 12$



$$\begin{aligned} -3x - 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow -3x &= 12 \quad \nearrow +12 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{12}{-3} \quad \nearrow \div (-3) \end{aligned}$$

$x = -4$

b) $f_2(x) = x^2 + 2x - 3$

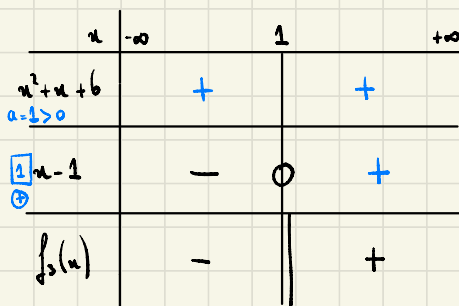


$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 3 &= 0 \\ \Delta &= b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times (-3) \\ &= 4 + 12 = 16 > 0 \quad \text{2 racines.} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

c) $f_3(x) = \frac{x^2 + x + 6}{x - 1}$



$$\begin{aligned} x^2 + x + 6 &= 0 \\ \Delta &= b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 1 \times 6 \\ &= 1 - 24 = -23 < 0 \end{aligned}$$

Donc pas de racine

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

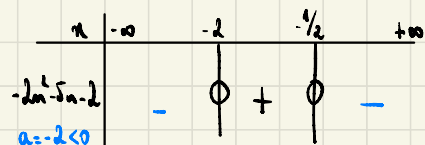
Ex n°6

a) $-2x^2 - 5x - 2 > 0$ Ici $a = (-2)$ $b = (-5)$ $c = (-2)$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 25 - 16 = 9 > 0 \quad \text{2 racines}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - \sqrt{9}}{2 \times (-2)} = \frac{5 - 3}{-4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + \sqrt{9}}{2 \times (-2)} = \frac{5 + 3}{-4} = \frac{8}{-4} = -2$$



Donc $-2x^2 - 5x - 2 > 0$ lorsque $x \in]-2; -\frac{1}{2}[$

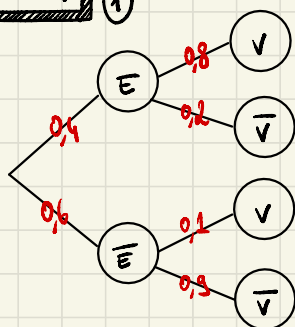
$$b) \frac{5-2n}{3n-18} \leq 0$$

n	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$5-2n$	+	$\circ$	-	-
$3n-18$	-	-	$\circ$	+
$\frac{5-2n}{3n-18}$	-	$\circ$	+	-

$5-2n=0 \Rightarrow -2n=-5 \Rightarrow n=\frac{-5}{-2}=\frac{5}{2}$
 $3n-18=0 \Rightarrow 3n=18 \Rightarrow n=\frac{18}{3}=6$

Donc $\frac{5-2n}{3n-18} \leq 0$ lorsque $n \in]-\infty; \frac{5}{2}] \cup [3; +\infty[$.

Ex n°7



② $P(E \cap V) = P(E) \times P_e(V) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$

③ $\{E, \bar{E}\}$ formant un système complet d'événements.

D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 P(V) &= P(E \cap V) + P(\bar{E} \cap V) \\
 &= P(E)P_e(V) + P(\bar{E})P_{\bar{e}}(V) = 0,4 \times 0,8 + 0,6 \times 0,1 \\
 &= 0,32 + 0,06 = 0,38
 \end{aligned}$$

④ On veut calculer : $P_r(\bar{E}) = \frac{P(\bar{E} \cap V)}{P(V)} = \frac{0,6 \times 0,1}{0,38} = \frac{0,06}{0,38} = \frac{6}{38} = \frac{3}{19}$

Ex n°8

① $P(2) = 2^3 - 4 \times 2^2 + 2 \times 6 = 8 - 16 + 12 = 4$ Donc 2 est une racine de P.

② On développe $(x-2)(x^2-2x-3) = x \times x^2 - x \times 2x - x \times 3 - 2 \times x^2 + 2 \times 2x + 2 \times 3$

$$\begin{aligned}
 &= x^3 - 2x^2 - 3x - 2x^2 + 4x + 6 \\
 &= x^3 - 4x^2 + x + 6 \\
 &= P(x)
 \end{aligned}$$

Donc $P(x) = (x-2)(x^2-2x-3)$

③ Pour résoudre $P(x) \geq 0$ on fait un tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$	
$x-2$	-	-	0	+	+	
x^2-2x-3	+	0	-	-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	-	+

$x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x^2-2x-3=0 \Rightarrow x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)-\sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2-4}{2} = -1$
 $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)+\sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2+4}{2} = 3$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$ 2 racines
 $\frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$

Donc $f(x) \geq 0$ lorsque $x \in [-1, 2] \cup [3, +\infty[$.

Ex n°9

① $P(S) = 0,6$ $P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,6 = 0,4$ $P_S(A) = 0,2$ $P_S(B) = 0,45$

$P_S(C) = 1 - (P_S(A) + P_S(B)) = 1 - (0,2 + 0,45) = 1 - 0,65 = 0,35$ $P_{\bar{S}}(B) = 0,55$ et $P(A) = 0,18$

② $(S, \bar{S})$ forment un système complet d'événements. D'après la formule des probabilités totales :

$P(B) = P(S \cap B) + P(\bar{S} \cap B) = P(S)P_S(B) + P(\bar{S})P_{\bar{S}}(B) = 0,6 \times 0,45 + 0,4 \times 0,55 = 0,6 \times 0,5 + 0,4 \times 0,5$
 $= (0,6 + 0,4) \times 0,5 = 0,5$

③ a] D'après la formule des probabilités totales :

$P(A) = P(S)P_S(A) + P(\bar{S})P_{\bar{S}}(A)$

$\Leftrightarrow 0,18 = 0,6 \times 0,2 + 0,4 \times x \Leftrightarrow 0,18 = 0,12 + 0,4x$

b] Ainsi $0,18 = 0,12 + 0,4x$
 $\Leftrightarrow 0,06 = 0,4x$
 $\Leftrightarrow \frac{0,06}{0,4} = x$
 $\Leftrightarrow x = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = 0,15$

④ $P_A(\bar{S}) = \frac{P(\bar{S} \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\bar{S}) \times P_{\bar{S}}(A)}{P(A)} = \frac{0,4 \times 0,15}{0,18} = \frac{4 \times 15}{10 \times 18} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$