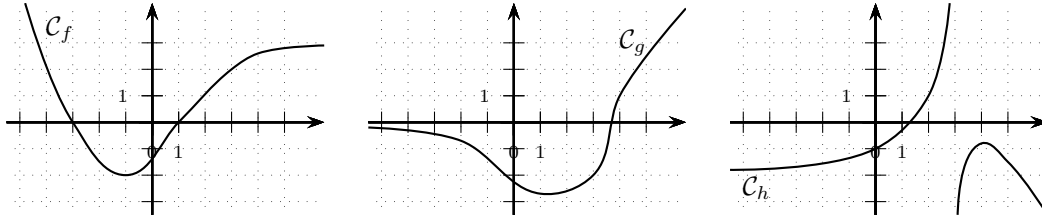


Exercice 1

- Déterminer par lecture graphique, les limites des fonctions f , g et h en $-\infty$, en 3 (ou 3^- et 3^+) et en $+\infty$.
- Déterminer alors, **lorsque c'est possible**, les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \times g(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - h(x) & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{h(x)} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \times g(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} 2f(x) + 4 & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h(x)}{g(x)} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \times g(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} -3g(x) + 2 & \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{g(x)}{h(x)} \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + h(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} & \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{g(x)}{h(x)} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) + h(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{h(x)} & \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + h(x) & & \end{array}$$

Exercice 2

Dans chaque cas suivant, tracer une allure possible pour la courbe de la fonction f .

- f est définie sur $\mathbb{R}$ et : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $f(0) = -1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.
- f est définie sur $]2, +\infty[$ et : $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.
- f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

4.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$		3	$+\infty$	
	0			$-\infty$
		$-\infty$		$-\infty$

- f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et f a une asymptote d'équation $y = -x - 3$ au voisinage de $-\infty$, une asymptote d'équation $x = 2$ et une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$.

Exercice 3

Déterminer les limites en $-\infty$ et $+\infty$ des fonctions polynomiales et rationnelles suivantes.

- $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$
- $f(x) = x^3 - 5x + 1$
- $f(x) = \frac{7x^3 + 3x^2 - 2x + 11}{2x + 1}$
- $f(x) = -\frac{3x + 1}{7x - 2}$
- $f(x) = x^4 - 1000x + 2$
- $f(x) = \frac{2x^3}{5x^4 - 7}$
- $f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x - 1)(x + 3)}$
- $f(x) = x - \frac{3x^2 - 7x + 1}{3x}$

Exercice 4

Déterminer les limites suivantes (pas de formes indéterminées).

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - 5}{x + 7}$
- $\lim_{x \rightarrow 9} 4x - 2\sqrt{x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3\sqrt{x} + 5$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(3 - \sqrt{x})$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 - \frac{5}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x + \frac{1}{x + 1} - \sqrt{x}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x \left(3 + \frac{4}{x^6} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1)(2x - 5)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-x + 1}{x + 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1}{x^2 - 7x + 12}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5\sqrt{x} + 2}{\frac{-4}{x}}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-3x}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^2 + 5x + 1)^3$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3\sqrt{5x^2 - x + 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x^3}} - 7$

Exercice 5

Lever les indéterminations suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt{x} \times \frac{1}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$$

$$6. \text{ V\'erifier que pour tout } x \in \mathbb{R}^*, f(x) = x^2 \sqrt{1 + \frac{4}{x^4}}.$$

$$7. \text{ En d\'eduire la valeur de } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}. \text{ Que peut-on en d\'eduire sur } \mathcal{C} ?$$

$$8. \text{ Tracer l'allure de la courbe } \mathcal{C}.$$

Exercice 6

Dans chaque cas, montrer que la droite d'\'equation donn\'ee est asymptote \`a la courbe de f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$, puis \'etudier les positions relatives de la droite et de la courbe.

$$1. f(x) = 2x - 5 - \frac{2}{x+3} \quad \text{et} \quad y = 2x - 5$$

$$2. f(x) = \frac{x^3 - 7x^2 - x + 4}{x^2} \quad \text{et} \quad y = x - 7$$

Exercice 7

D\'eterminer l'ensemble de d\'efinition des fonctions suivantes, puis \'etudier leurs branches infinies. Tracer ensuite l'allure que peut avoir la courbe.

$$1. f(x) = \frac{2x+1}{3x-1}$$

$$3. f(x) = x - 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$5. f(x) = -3\sqrt{x} + 1$$

$$2. f(x) = x^3$$

$$4. f(x) = 2x + \sqrt{x}$$

$$6. f(x) = \frac{6x^2 + 1}{2x}$$

Exercice 8

Soit f la fonction d\'efinie par $f(x) = \sqrt{x^4 + 4}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe dans un rep\`ere orthogonal.

$$1. \text{ D\'eterminer l'ensemble de d\'efinition de } f.$$

$$2. \text{ \'Etudier la parit\'e de } f. \text{ Que peut-on en d\'eduire sur } \mathcal{C} ?$$

$$3. \text{ Montrer que } f \text{ est croissante sur } \mathbb{R}_+.$$

$$4. \text{ Calculer } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \text{ puis dresser le tableau de variation complet de } f.$$

$$5. \text{ Justifier que } f \text{ admet un minimum et le d\'eterminer.}$$