

EXERCICES À FAIRE

Exercice 1

Calculer les limites suivantes. La rédaction sera prise en compte.

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-4x^5+3x^2+1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \ln \left(\frac{3x-3}{2x-4} \right)$

Exercice 2

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ vérifiant les quatre conditions suivantes :

- $f(0) = 2$ et $f(5) = 1$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.
- $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. Que peut-on dire sur la courbe $\mathcal{C}$ au voisinage de $-\infty$? de 3 ? de $+\infty$?
2. Tracer ce qui peut être la courbe représentative de f .

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 3$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_{n+1} = \frac{nu_n + 1}{2(n+1)}$$

1. Calculer les termes u_2 et u_3 .
2. On souhaite déterminer l'expression explicite de u_n . Pour cela on introduit la suite (v_n) définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad v_n = nu_n - 1$$

(a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son terme initial.

(b) En déduire que, pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n = \frac{1}{n} \left(1 + \left(\frac{1}{2} \right)^{n-2} \right)$.

Exercice 4

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives. On admet que :

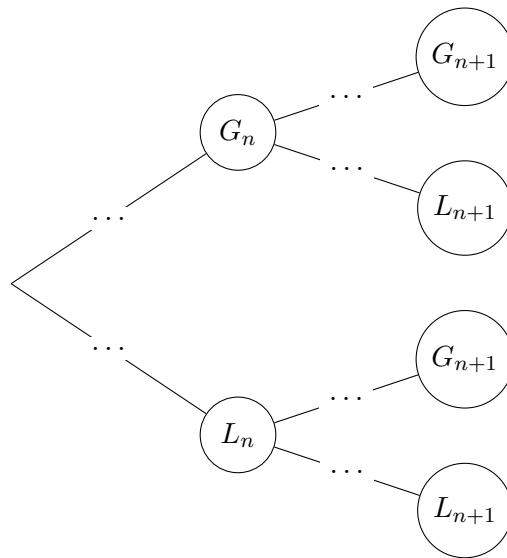
- la probabilité qu'il gagne la première partie est de 0,1 ;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,8 ;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à 0,6.

On note, pour tout entier naturel n non nul G_n l'évènement « le joueur gagne la n -ième partie » et L_n l'évènement « le joueur perd la n -ième partie ».

On note u_n la probabilité de l'évènement G_n .

On a donc $u_1 = 0,1$.

1. Exprimer $P(L_n)$ en fonction de u_n .
2. Recopier l'arbre suivant et compléter les probabilités (u_n devra apparaître sur l'une des branches).



3. En utilisant la formule des probabilités totales, justifier que : $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{3}{5}$.
4. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
5. Justifier que la solution de l'équation : $x = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$ est $x = \frac{3}{4}$.
6. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n .