

Exercice 1

1. Exprimer uniquement en fonction de $\ln(2)$ les nombres suivants :

$$\ln(16), \quad 5 \ln(32) - 6 \ln(\sqrt{2}), \quad \ln\left(\frac{1}{4}\right) - 3 \ln\left(\frac{1}{8}\right)$$

2. Exprimer uniquement en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$ les nombres suivants :

$$\ln(6), \quad \ln\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right), \quad \ln(8) - 5 \ln\left(\frac{1}{9}\right)$$

Exercice 2

Déterminer le signe des nombres suivants :

$$1. e^{-6} \quad 2. -\ln\left(\frac{16}{25}\right) \quad 3. \ln(20) - 2 \ln(5)$$

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll} 1. \ln(10) - \ln(5) & 5. e^{-\ln(5)} & 9. 4^{-0,7} 4^{1,2} \\ 2. e^4 \times e^{5x} & 6. e^{\frac{1}{2} \ln(3)} & 10. 25^{\frac{1}{2}} \\ 3. \frac{e^4}{e^3} & 7. \ln(5e^3) - \ln(5e^2) & 11. 27^{\frac{1}{3}} \\ 4. \ln(e^{-5}) & 8. e^{\ln(3) - 2 \ln(5)} & 12. \frac{5^2}{\sqrt{5}} \end{array}$$

Exercice 4

Déterminer les ensembles de définition des équations et inéquations suivantes, puis résoudre celles-ci.

$$\begin{array}{lll} 1. 2e^x - 5 = 0 & 4. 9 \ln(x) \leq 1 & 7. e^x + e^{2x} > 0 \\ 2. \ln(x+1) = 2 & 5. e^{5x+1} \geq 1 & 8. \frac{\ln(x)}{x-2} \geq 0 \\ 3. \ln(8-x) \leq 0. & 6. e^{-x} - e^{3x+1} \leq 0 & 9. e^{2x} - e^x - 2 = 0 \end{array}$$

Exercice 5

On place 200 euros sur un compte à intérêts composés de 2% par an. On note u_n la somme d'argent sur le compte après n années (donc $u_0 = 200$).

- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- Exprimer alors u_n en fonction de n .
- Déterminer le nombre d'années qu'il faut attendre pour avoir au moins 230 euros sur ce compte.

Exercice 6

Déterminer l'ensemble de définition et construire le tableau des variations des fonctions suivantes.

$$\begin{array}{lll} 1. f(x) = 2x + \ln(x) & 4. f(x) = 2x - e^x + 2 & 7. f(x) = \frac{e^x}{x+1} \\ 2. f(x) = \ln(3x+1) & 5. f(x) = x \ln(x) & 8. f(x) = (x^2+1)e^{-x} \\ 3. f(x) = e^{-x} & 6. f(x) = (3x+5)e^x & \end{array}$$

Exercice 7

Calculer les limites suivantes.

$$\begin{array}{ll} 1. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x) & 8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} \\ 2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x} & 9. \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sqrt{x}) \\ 3. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \ln(2x-1) & 10. \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2+x+1)e^x \\ 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + x - 2 & 11. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 5x + 2)e^{-x} \\ 5. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - \frac{1}{x} & 12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - x^2 + 1 \\ 6. \lim_{x \rightarrow +\infty} 5 + e^{-2x} & 13. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x \\ 7. \lim_{x \rightarrow +\infty} 5e^{-3x+1} & 14. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2^n} \end{array}$$

On pourra compléter l'exercice 6 avec les limites aux bords de l'ensemble de définition.