

Exercice 1

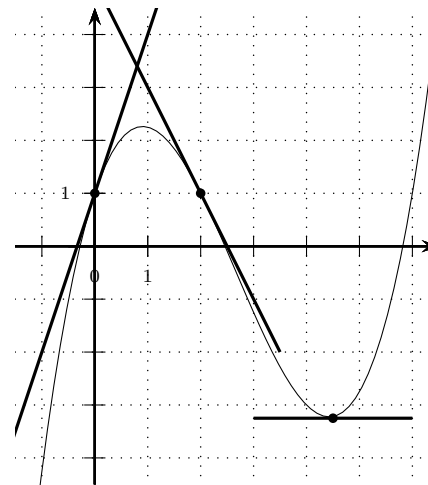
Dériver les fonctions définies ci-dessous, sans se préoccuper de l'ensemble de dérivabilité.

1. $f(x) = \sqrt{x} - x^4$
2. $f(x) = 3x + 2$
3. $f(x) = -x^3$
4. $f(x) = 8\sqrt{x} + 2$
5. $f(x) = \frac{x^2}{2} + 4x - 5$
6. $f(x) = (2x + 1)(\frac{1}{x} - 5)$
7. $f(x) = \sqrt{x}(2x^3 - 1)$
8. $f(x) = \frac{1}{3x - 5}$
9. $f(x) = \frac{2x^2}{x - 8}$
10. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{-x + 2}$
11. $f(x) = \frac{3}{8x^2 + x - 1}$
12. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x^3}$
13. $f(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}}$
14. $f(x) = \sqrt{-2x + 7}$
15. $f(x) = (\sqrt{x} + 8)^4$
16. $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$

Exercice 2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes en précisant à chaque fois l'ensemble de définition de la fonction et de sa dérivée

1. $f(x) = \ln(3x)$
2. $f(x) = e^{2x}$
3. $f(x) = \ln(-x)$
4. $f(x) = 3e^{-x}$
5. $f(x) = -5 \ln(x - 2)$
6. $f(x) = e^{2x} - 2e^x$
7. $f(x) = \ln(2 - 5x)$
8. $f(x) = xe^{-x}$
9. $f(x) = \ln(x^2)$
10. $f(x) = (e^x - 1)^2$
11. $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$
12. $f(x) = (x + 3)e^x$
13. $f(x) = \ln(x - 1) + \ln(4x + 9)$
14. $f(x) = e^x + e^{-x}$
15. $f(x) = \ln\left(\frac{-x+10}{x+2}\right)$
16. $f(x) = \frac{e^x}{x}$
17. $f(x) = x \ln(x)$

Exercice 3

On considère une fonction f dérivable dont la courbe représentative est donnée ci-contre. On a représenté les tangentes aux points d'abscisses 0, 2 et 4,5.

1. Par lecture graphique, déterminer $f(0)$, $f'(0)$, $f(2)$, $f'(2)$, $f(4,5)$ et $f'(4,5)$.
2. En déduire les équations des tangentes.

Exercice 4

Soit f une fonction dérivable sur $[-1, 4]$. On donne le tableau de valeurs ci-contre. Déterminer les équations des tangentes aux points donnés et tracer l'allure de la courbe de f dans un repère orthonormé.

x	-1	0	2	4
$f(x)$	0	-1	3/2	2
$f'(x)$	-2	1/2	1	0

Exercice 5

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer une équation de la tangente au point d'abscisse a .

1. $f(x) = x^2 - 2x - 3$, $a = 1$
2. $f(x) = (1 + 3x)^2$, $a = -1$
3. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$, $a = 0$
4. $f(x) = \sqrt{2 - 3x}$, $a = -\frac{2}{3}$

Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'ensemble de définition, le tableau des variations de f et les limites de f aux bords de l'ensemble de définition.

1. $f(x) = (2x - 1)(x + 3)$
2. $f(x) = -2x^3 - x$
3. $f(x) = x + \frac{2}{x}$
4. $f(x) = \frac{2x - 3}{x - 2}$
5. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 7$
6. $f(x) = -\sqrt{4x - 2}$
7. $f(x) = \frac{x}{(x + 1)^2}$
8. $f(x) = 7xe^x$
9. $f(x) = \ln(2x^2 - 8)$

Exercice 7

Étudier la convexité des fonctions suivantes. Préciser les coordonnées des points d'inflexion en cas d'existence.

1. $f(x) = x^3 + x^2$
2. $f(x) = \frac{2}{x} + 3$
3. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 1$
4. $f(x) = x\sqrt{x}$

Exercice 8

Tracer la courbe d'une fonction f vérifiant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f	$-\infty$	4	1

- f a une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ de direction l'axe des ordonnées,
- La tangente au point d'abscisse -5 a pour équation : $y = 3x + 13$,
- $f'(1) = 0$,
- f est concave sur $] -\infty, 3]$, convexe sur $[3, +\infty[$ et admet un point d'inflexion de coordonnées $(3, 2)$.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x}{x - 1}$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.

1. (a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. Qu'en déduit-on sur $\mathcal{C}$?
(b) Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}$ et de son asymptote.

2. Déterminer les limites de f en 1^+ et 1^- . Qu'en déduit-on sur $\mathcal{C}$?
3. Calculer f' et en déduire le tableau de variation de f (on fera apparaître les limites déjà déterminées).
4. Étudier la convexité de f .
5. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de f en -1 , en 2 et en 3 .
 $\mathcal{C}$ est-elle située localement au-dessous ou au-dessus de ces tangentes ?
6. Calculer $f(0)$.
7. Tracer l'allure de $\mathcal{C}$ (on tracera les asymptotes et les tangentes).

Exercice 10

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative

1. Déterminer Df et étudier la parité de f .
2. On donne $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Que peut-on conclure ?
3. Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variations.
4. Étudier la convexité de f
5. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1 puis étudier position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à T
6. Construire $\mathcal{C}$.

Exercice 11

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{3-2x}{e^x}$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative

1. Déterminer Df et étudier la parité de f .
2. Écrire f sous forme d'un produit On donne $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\mathcal{C}$ admet une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$
3. On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Que peut-on conclure ?
4. Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variations.
5. Étudier la convexité de f
6. Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0 .
7. Étudier position relative de $\mathcal{C}$ par rapport à T
8. Construire $\mathcal{C}$.