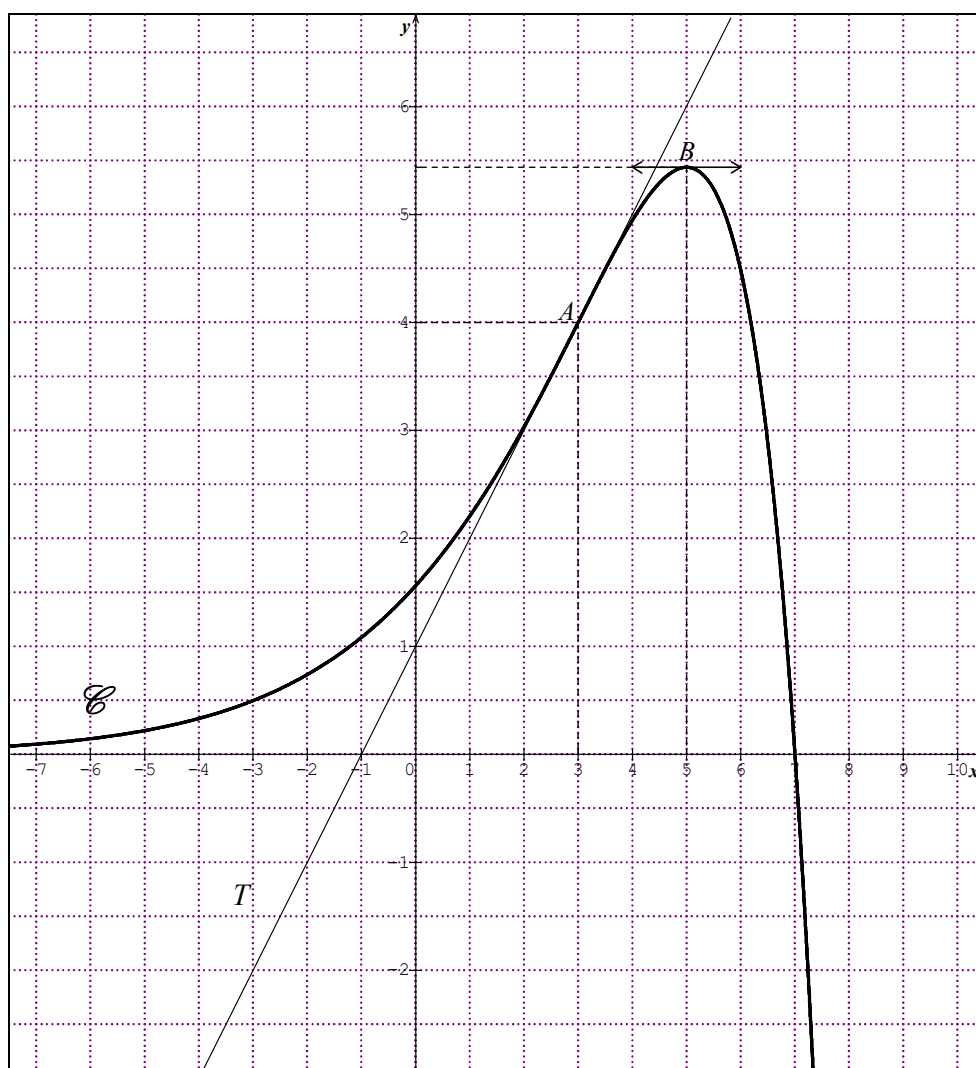


# DS N°03

Durée 4h

Il n'est fait usage d'aucun document; l'utilisation de toute calculatrice et tout matériel électronique est interdit.

## EXERCICE 1.



Sur la figure ci-dessus, on a tracé la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$

- ☐ Le point  $A$  a pour coordonnées  $(3 ; 4)$
- ☐ Le point  $B$  a pour coordonnées  $(5 ; 5,4)$
- ☐ La tangente à  $\mathcal{C}$  en  $B$  est parallèle à l'axe des abscisses.
- ☐ La tangente  $T$  à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 3 passe par  $A$

- 1- Déterminer  $Df$
- 2- Donner les limites de  $f$  et préciser les asymptotes et/ou les branches infinies éventuelles
- 3- Déterminer  $f'(5)$ ,  $f(3)$  et  $f'(3)$
- 4- Dresser le tableau de variations de  $f$
- 5- Établir le tableau de signes de  $f$
- 6- Déterminer une équation cartésienne de tangente de  $T$
- 7- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0,5$
- 8- Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) > 0,5$
- 9- Dresser le tableau de convexité de  $f$ .

## EXERCICE 2.

- 1- Compléter sur votre copie les formules des exponentielles

$$\begin{array}{lll}
 e^{x+y} = & e^{-x} = & e^{-1} \approx \\
 e^{x-y} = & e^0 = & \\
 e^{xy} = & e^1 = \approx & 
 \end{array}$$

- 2- Compléter sur votre copie les formules des logarithmes népériens

$$\begin{array}{llll}
 \ln(ab) = & \ln\left(\frac{a}{b}\right) = & \ln(2) \approx & \ln(3) \approx \\
 \ln\left(\frac{1}{b}\right) = & \ln(a^x) = & & \\
 \ln... = 1 & \ln... = 0 & & 
 \end{array}$$

## EXERCICE 3.

Déterminer l'ensemble de définition et étudier le signe des fonctions suivantes puis dériver.

$$\begin{array}{ll}
 f(x) = -x + 1 & k(x) = \frac{x-1}{3-x} \\
 g(x) = x^2 + 5x + 6 & l(x) = (x-1)e^{2x} \\
 h(x) = \frac{x^2 - 5x + 15}{x-2} - x + 3 & m(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \\
 i(x) = -e^{-x} + 2 & \\
 j(x) = \ln(x) - 3 & 
 \end{array}$$

## EXERCICE 4.

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = e^{2x} - e^x$  et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  noté  $Df$ .
- 2- On admet que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ . Que peut-on en déduire sur la courbe  $\mathcal{C}$
- 3- Étudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et la droite  $D$  d'équation  $y = 0$

On admet que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\mathcal{C}$  admet une branche parabolique de direction  $(Oy)$  en  $+\infty$

- 4- Montrer que  $\forall x \in Df, f'(x) = e^x(2e^x - 1)$
- 5- Étudier le sens de variation de  $f$
- 6- Dresser le tableau de variation de  $f$
- 7- Construire  $\mathcal{C}$

## EXERCICE 5.

La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -2u_n + 3n + 2$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - n - \frac{1}{3}$

- 1- Calculer  $u_1, u_2, u_3$  et  $v_1, v_2$  et  $v_3$
- 2- Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = -2v_n$ . En déduire la nature de  $(v_n)$
- 3- Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$

## EXERCICE 6.

Madame Boulard fait un très grand élevage de chats de races. Elle possède des Siamois, des Birmans et des Abyssins. Le printemps dernier, pratiquement toutes ses femelles ont eu des bébés et Madame Boulard a mis une annonce pour signaler qu'elle avait une très grande quantité de petits chatons à vendre.

On sait que :

- ♦ 32 % des chatons sont des Siamois, 54 % des chatons sont des Abyssins et le reste est constitué de Birmans.
- ♦ Parmi les Siamois, 54 % sont des mâles.
- ♦ 66 % des Abyssins sont des femelles.
- ♦ Il y a au total 40,96 % de chatons mâles.

Un petit garçon, Pierre, vient acheter un chaton avec sa mère. Comme ils sont tous adorables et qu'il n'arrive pas à choisir, Pierre décide de le prendre au hasard. On désigne par S, B, A, M et F les événements suivants :

S : « Pierre achète un chaton Siamois » ; B : « Pierre achète un chaton Birman » ; A : « Pierre achète un chaton Abyssin » ; M : « Pierre achète un chaton mâle » ; F : « Pierre achète un chaton femelle » ;

- 1-
  - a) Traduire les données de l'énoncé en langage de probabilités.
  - b) Construire un arbre illustrant la situation
- 2-
  - a) Déterminer la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Siamois,
  - b) Calculer  $p(M \cap A)$  et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
  - c) En déduire que la probabilité que Pierre achète un chaton mâle Birman est égale à 0,0532.
  - d) Le chaton acheté par Pierre est un Birman. Quelle est la probabilité que ce soit un mâle ?
- 3- Finalement, Pierre est tellement séduit par ces chatons qu'il décide d'en acheter trois toujours au hasard. On assimilera ces achats à des tirages successifs avec remise. Quelle est la probabilité qu'il y ait, parmi ces trois chatons, exactement deux mâles Birmans (on laissera le résultat sous forme de calculs).