

CORRECTION DU TEST N°14

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^3 + 18x + 1$

1- Déterminer l'ensemble de définition puis les limites aux bornes

$$Df = \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$$

2- Etudier les variations de f puis dresser le tableau de variations

f est dérivable sur Df comme polynôme

$$\forall x \in Df, f'(x) = 6x^2 + 18$$

or $\forall x \in Df, 6x^2 > 0$ et $18 > 0$ donc $f'(x) > 0$ et par suite f est croissante

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

3- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbb{R}$

f est continue sur $\mathbb{R}$ car dérivable

f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ d'après le tableau de variations

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

donc f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

De plus $0 \in \mathbb{R}$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$

4- En déduire le signe de $f(x)$.

D'après le tableau de variation on a :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

5- Etudier la convexité de f

f' est dérivable sur Df comme polynôme

$$\forall x \in Df, f''(x) = 12x$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+
convexité	f est concave	(0 ; 1) point d'inflexion	f est convexe