LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**

EC 1

DEVOIR N°06

(A rendre le Jeudi 2 Avril)

Attention les trois parties sont liées.

Partie I

Soit g la fonction définie par : $g(x) = x - \ln(x)$

1- Déterminer Dg.

2- Étudier les variations de g et dresser le tableau de variation de g sans les limites.

3- Donner le minimum de g sur Dg

4- En déduire le signe de $g(x)$ sur Dg.

Partie II

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + x - x\ln(x) + \dfrac{3}{2}$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative

1- Déterminer Df .

2- Déterminer les limites aux bornes de Df

3- Calculer $f'(x)$ et l'écrire en fonction de $g(x)$

4- En déduire le sens de variation de f et dresser le tableau de variation.

4- Étudier la convexité de f

5- Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1

6- Étudier position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à T

7- Construire $\mathscr{C}$ et T. $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction (Oy) en $+\infty$

Partie III

Une entreprise produit et commercialise un article. Sa capacité de production quotidienne est limitée à 5 milliers d'articles.

La fonction f modélise le coût total de production exprimé en milliers d'euros, où x désigne le nombre de milliers d'articles fabriqués.

On note $C(x)$ le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué.

C est la fonction définie par $C(x) = \dfrac{f(x)}{x}$

1- Déterminer D_C

2- Donner l'expression de C sur D_C

3- Étudier les variations de C sur D_C

4- Dresser le tableau de variation de C . On donne $\lim\limits_{x \to 0^+} C(x) = +\infty$

5- Quel est le prix de vente , à 0,1 euro près, d'un article en dessous duquel l'entreprise est certaine de ne pas faire de bénéfice?