

**DEVOIR N°07**  
(A rendre le Jeudi 9 Avril)

**Exercice 1 :**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x+3}{8-x^3}$  et  $g$  la fonction définie par  $g(x) = 2x^3 + 9x^2 + 8$ .

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

**Partie A : Étude de  $g$**

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .
- 2- Étudier les variations de  $g$
- 3- Déterminer les limites de  $g$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 4- Dresser le tableau de variations de  $g$
- 5- Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha \in \mathbb{R}$
- 6- En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$

**Partie B : Étude  $f$**

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2- Déterminer les limites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  Que peut-on en déduire ?
- 3- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ . Que peut-on en déduire ?
- 4- Étudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et de la droite  $D$  d'équation  $y = 0$
- 5- Montrer que  $\forall x \in Df, f'(x) = \frac{g(x)}{(8-x^3)^2}$
- 6- Étudier les variations de  $f$
- 7- Dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 8- Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}$  au point  $A$  d'abscisse 0, puis vous étudierez la position relative de  $\mathcal{C}$  et  $T$ . Attention on ne demande pas d'étudier la convexité. On pourra commencer par écrire  $f(x) - y_T$

**Exercice 2 :**

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture. Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5.

Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60% des cas.

Un client achète une barquette. On notera :

- $C$  l'évènement « le client achète une barquette de fruits à confiture »,
- $F$  l'évènement « le client demande des framboises »,
- $G$  l'évènement « le client demande des groseilles »,
- $M$  l'évènement « le client demande des myrtilles ».

- 1- Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.
- 2- Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.
- 3- Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?

**Exercice 3 :**

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 3$  et  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

et  $(v_n)$  la suite définie par  $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 2$

- 1- Calculer  $u_1, u_2, v_0$  et  $v_1$
- 2- Écrire un programme Python qui demande  $n$  à l'utilisateur et qui affiche  $u_n$  et  $v_n$
- 3- Écrire un programme Python qui demande  $n$  à l'utilisateur et qui affiche  $S = \sum_{k=0}^n u_k$
- 4- Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique
- 5- Déterminer  $(v_n)$  en fonction de  $n$
- 6- Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $v_n \leq 10^{-3}$

On donne  $\frac{3\ln(10)}{\ln(2)} \approx 9,96$