

**FEUILLE D'EXERCICES N°14:**  
**INDÉPENDANCE**



# RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

- ① Rappeler les formules de calculs des puissances ( avec des a et des e ) et des racines carrées, des logarithmique népérien
- ② Rappeler la résolution de  $x^2 = a$  suivant les valeurs de  $a$
- ③ Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2, de  $\ln(x)$  et  $e^x$
- ④ Rappeler la définition de la parité et ses conséquences graphiques
- ⑤ Rappeler le formulaire des dérivées et l'équation de la tangente
- ⑥ Rappeler comment on étudie la convexité.
- ⑦ Rappeler le théorème de la bijection
- ⑧ Comment étudier le sens de variation d'une suite



## PIQURE DE RAPPEL

### Exercice A:

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = -x^2 + 11x - 9\ln(x) - 10$ . On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative

- 1- Déterminer  $Df$ .
- 2- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . Que peut-on conclure ?

On admet que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  et  $\mathcal{C}$  admet une branche parabolique de direction  $(Oy)$  en  $+\infty$

- 3- Étudier les variations de  $f$  puis dresser le tableau de variations.
- 4- Étudier la convexité de  $f$
- 5- Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}$  au point  $A$  d'abscisse 5 puis étudier position relative de  $\mathcal{C}$  par rapport à  $T$
- 6- Construire  $\mathcal{C}$ .
- 7- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet deux solutions 1 et  $\alpha$ .

### Exercice B:

Une usine fabrique des ampoules, dont 50% proviennent d'une machine  $M_1$ , 30% proviennent d'une machine  $M_2$  et 20% proviennent d'une machine  $M_3$ .

La probabilité qu'une ampoule fabriquée soit défectueuse est différente selon les machines:

Elle vaut  $\frac{3}{100}$  pour  $M_1$ ,  $\frac{5}{100}$  pour  $M_2$  et  $\frac{15}{100}$  pour  $M_3$ .

Pour  $k = 1, 2, 3$  on notera l'événement  $F_k$ : " l'ampoule qu'on examine a été fabriquée par  $M_k$  ".

Les fonctionnements des trois machines seront toujours supposés indépendants.

- 1- Donner  $P(F_3)$  probabilité qu'une ampoule choisie au hasard ait été fabriquée par  $M_3$ .
- 2- Montrer que la probabilité qu'une ampoule choisie au hasard soit défectueuse est 0,06.
- 3- On suppose ici qu'une ampoule choisie au hasard s'est révélée défectueuse.  
Quelle est la probabilité que cette ampoule ait été fabriquée par  $M_3$  ?

**Exercice C:**

Nommer les fonctions puis déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 8}$$

$$g(x) = \sqrt{3x - 5} - \sqrt{2x - 1}$$

$$h(x) = \frac{1}{3x^2 - 5x}$$

$$i(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$j(x) = \frac{e^x}{x+3}$$

$$k(x) = \frac{7}{e^{-2x} + 1}$$

$$l(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

$$m(x) = \ln(5x - 2)$$

$$n(x) = \frac{3}{e^x - 1}$$

**Exercice 1:**

On lance un dé cubique équilibré et on considère les événements

$A$  : « Obtenir un 6 » et  $B$  : « Obtenir un nombre pair ».

Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? incompatibles ?

**Exercice 2:**

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes et on considère les événements :

$T$  : « Obtenir un trèfle » ,

$N$  : « Obtenir une carte noire »

$R$  : « Obtenir un roi » .

Les événements  $T$  et  $N$  sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Les événements  $T$  et  $R$  sont-ils indépendants ? incompatibles ?

Les événements  $R$  et  $N$  sont-ils indépendants ? incompatibles ?

**Exercice 3:**

On lance deux dés cubiques équilibrés et on considère les événements

$A$  : « La somme des faces est divisible par 3 »

$B$  : « La somme des faces est inférieure ou égale à 8 »

Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ? incompatibles ?

**Exercice 4:**

Soit  $A$  un événement de probabilité  $\frac{2}{5}$ . Est-il indépendant de lui-même ?

**Exercice 5:**

On considère deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(A) = 0,4$  et  $P(B) = 0,3$

1- Calculer les probabilités de  $A \cap B$  et de  $A \cup B$  si  $A$  et  $B$  sont incompatibles.

2- Calculer les probabilités de  $A \cap B$  et de  $A \cup B$  si  $A$  et  $B$  sont indépendants.

**Exercice 6:**

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.

Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.
- 

On note  $R_1$  l'évènement : « le premier tir au but est réussi »

et  $R_2$  l'évènement : « le second tir au but est réussi » .

1- Traduire l'énoncé en terme de probabilité à l'aide des événements donnés et faire un arbre si cela est possible.

- 2- Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
- 3- a) Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.  
b) Les événements  $R_1$  et  $R_2$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- 4- On note  $A$  l'évènement : « Jean a réussi exactement un tir au but ». Montrer que  $P(A) = 0,34$ .

**Exercice 7 :**

Une étude réalisée auprès des élèves d'un lycée a permis d'établir que 55 % des élèves possèdent un ordinateur. Parmi les élèves qui ont un ordinateur, 98 % possèdent un téléphone portable. De plus, parmi ceux qui possèdent un téléphone portable, 60 % possèdent un ordinateur. Dans tout l'exercice, on arrondira les résultats au centième donc les pourcentages à l'unité. *Les parties A et B sont indépendantes.*

**Partie A :** on choisit au hasard un élève de ce lycée.

On note :

- $M$  l'évènement : « L'élève possède un ordinateur » ;
- $T$  l'évènement : « L'élève possède un téléphone portable » ;

- 1- a) Calculer la probabilité que l'élève possède un ordinateur et un téléphone portable.  
b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable.
- 2- a) On prend 0,90 comme valeur de la probabilité de l'évènement  $T$ .  
Calculer la probabilité que l'élève ne possède pas d'ordinateur mais possède un téléphone portable.  
b) En déduire la probabilité que l'élève possède un téléphone portable sachant qu'il ne possède pas d'ordinateur.

**Partie B :** on choisit trois élèves au hasard, indépendamment les uns des autres.

On note  $E$  l'évènement : « Exactement deux des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».  
et  $F$  l'évènement : « Au moins un des trois lycéens choisis possèdent un ordinateur ».  
Calculer la probabilité de l'évènement  $E$  et calculer la probabilité de l'évènement  $F$ .