CHAPITRE 13 :
LES SUITES (Acte 2)

I- SUITE ARITHMÉTIQUE- SUITE GÉOMÉTRIQUE

Suite arithmétique	Suite géométrique
Définitions	
Une suite arithmétique est une suite où chaque terme s'obtient en ajoutant au précédent un même nombre appelé raison (notée r en général). $u_{n+1} = u_n + r$	Une suite géométrique est une suite où chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par un même nombre appelé raison (notée q en général). $u_{n+1} = q \times u_n$
Expressions du terme général	
♦ Si (u_n) est une suite arithmétique de 1[er] terme u_0 et de raison r alors : $u_n =$ ♦ Si (u_n) est une suite arithmétique de 1[er] terme u_1 et de raison r alors : $u_n =$ ♦ Si (u_n) est une suite arithmétique de 1[er] terme u_p et de raison r alors : $u_n =$	♦ Si (u_n) est une suite géométrique de 1[er] terme u_0 et de raison q alors : $u_n =$ ♦ Si (u_n) est une suite géométrique de 1[er] terme u_1 et de raison q alors : alors : $u_n =$ ♦ Si (u_n) est une suite géométrique de 1[er] terme u_{p} et de raison q alors : $u_n =$
Somme des premiers termes	
$S = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ alors : $S =$ **<u>Cas général :</u>** $S =$	$S = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ $S =$ **<u>Cas général :</u>** $S =$

Limites	
$\lim\limits_{n \to +\infty} n =$	**Ntude de la limite de q^{n}** ♦ si $q > 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n =$ ♦ si $q = 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n =$ ♦ si $-1 < q < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n =$ ♦ si $q \leq -1$ donc (q^n) n'a pas de limite
Trois termes consécutifs : u_{n-1} ;u_n ;u_{n+1}	
$u_n = \dfrac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$	$u_n{}^2 = u_{n-1} \times u_{n+1}$

II- SUITE ARITHMÉTICO-GÉOMÉTRIQUE

1- DÉFINITION

(u_n) est une suite arithmético-géométrique si et seulement si il existe deux réels a et b tels que $\forall\ n \geq n_0$, $u_{n+1} = a\,u_n + b$

Remarque :
Si $a = 1$, $u_{n+1} = u_n + b$ donc (u_n) est

Si $b = 0$, $u_{n+1} = a\,u_n$ donc (u_n) est

Exemple : u la suite définie par $u_0 = -3$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$

$u_1 = -\frac{1}{2}u_0 + 3 = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$

Calculer u_{100} pour cela, il faut déterminer l'expression du terme général

2- EXPRESSION DU TERME GÉNÉRAL

Soit (u_n) est une suite arithmético-géométrique définie par $u_{n+1} = a\,u_n + b$ et u_1

Méthode

a) **On cherche un nombre k tel que $k = a\,k + b$**
b) **On définie une suite auxiliaire (v_n) tel que $v_n = u_n - k$. On montre que (v_n) est géométrique.**
c) **On écrit v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n**

Exemple : Soit u la suite définie par $u_0 = -3$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2} u_n + 3$

III- SUITES CONVERGENTES

1- DÉFINITION

Soit u une suite numérique.

u est dite convergente si et seulement si elle admet une limite finie ℓ quand n tend vers $+\infty$. Elle est dite divergente dans le cas contraire.

<u>Exemple</u> : la suite de terme général $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ est convergente

puisque $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ car $-1 < \frac{1}{2} < 1$

La suite de terme général n est divergente puisque $\lim\limits_{n \to +\infty} n = +\infty$

La suite de terme général $(-1)^n$ est divergente puisque $\lim\limits_{n \to +\infty} (-1)^n$ n'existe pas

<u>Remarque 1</u>: une suite est **divergente** lorsque :

- ♦ elle admet une limite infinie
- ♦ elle n'admet pas de limite (exemple $(-1)^n$)

<u>Remarque 2:</u> **Si une suite est convergente, sa limite est unique.**

2- COMPARAISON

<u>Théorème : dit des gendarmes</u>

Soit u , v , w trois suites

On suppose qu'à partir d'un rang n_0 , on a : $w_n < u_n < v_n$

Alors on a $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n \leq \lim\limits_{n \to +\infty} u_n \leq \lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

<u>Remarque:</u>

- ♦ Si $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n =$
- ♦ Si $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \ell$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n =$