

DEVOIR N°10
(A rendre le Jeudi 30 Avril)

Exercice 1 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = -1 + xe^x$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de f
- 2- Déterminer les limites de f aux bornes de Df
- 3- Étudier la position relative de \mathcal{C} et de la droite D d'équation $y = -1$
- 4- Montrer que $\forall x \in Df, f'(x) = (x+1)e^x$
- 5- Étudier les variations de f
- 6- Dresser le tableau de variations de f .
- 7- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$ puis que $\alpha \in [0, 1]$
- 8- Étudier la convexité de f
- 9- Déterminer l'équation de la tangente T à \mathcal{C} au point A d'abscisse -2 , puis vous étudierez la position relative de \mathcal{C} et T .

Exercice 2 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n - n$

et (v_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - \frac{n}{2} - \frac{1}{4}$

- 1- Calculer u_1, u_2, v_0, v_1 et v_2
- 2- Écrire un programme Python qui demande n à l'utilisateur et qui affiche u_n et v_n
- 3- Écrire un programme Python qui demande n à l'utilisateur et qui affiche $S = \sum_{k=0}^n u_k$
- 4- Montrer que (v_n) est une suite géométrique
- 5- Déterminer v_n puis u_n en fonction de n

Exercice 3 :

La médiathèque d'une université possède des DVD de deux provenances, les DVD reçus en dotation et les DVD achetés. Par ailleurs, on distingue les DVD qui sont de production européenne et les autres.

On choisit au hasard un de ces DVD. On note :

D l'évènement « le DVD a été reçu en dotation »

U l'évènement « le DVD est de production européenne »

$\frac{1}{4}$ des DVD ont été reçus en dotation.

Parmi les DVD reçus en dotation, 65% proviennent de production européenne.

Et 76,25% des DVD sont de production européenne.

- 1- Donner la probabilité de U sachant D .
- 2- Calculer $p(\bar{D})$
- 3- Calculer la probabilité que le DVD choisi ait été reçu en dotation et soit de production européenne
- 4- Montrer que la probabilité que le DVD choisi ait été acheté et soit de production européenne est égale à 0,6.
- 5- Sachant que le DVD choisi a été acheté, calculer la probabilité qu'il soit de production européenne.
- 6- On choisit trois DVD au hasard. On admet que le nombre de DVD est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à trois tirages successifs indépendants avec remise. Déterminer la probabilité de l'évènement : « exactement deux des trois DVD choisis ont été reçus en dotation ».