LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**
EC 1

CORRECTION DU DEVOIR N°11

Exercice 1 :

On a constaté après l'observation d'une assez longue période que :

- 40% des prises de sang sont effectuées dans le service de soins A,
- un tiers le sont dans le service de soins B,
- les autres dans le service de soins C.

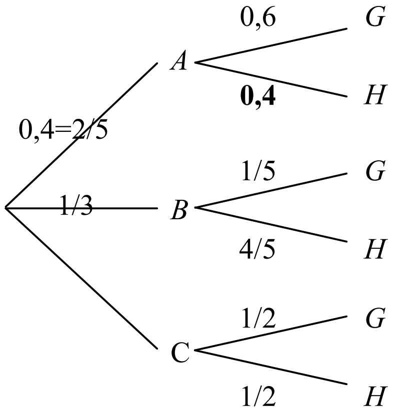
Les aiguilles utilisées pour effectuer les prises de sang sont fournies soit par le laboratoire GLOBULEX, soit par le laboratoire HÉMATIS;

- dans le service de soins A, 60% des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX;
- dans le service de soins B, $\frac{4}{5}$ des prises de sang effectuées le sont avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS;
- dans le service de soins C, il y a autant de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire GLOBULEX que de prises de sang effectuées avec des aiguilles fournies par le laboratoire HÉMATIS.

On choisit au hasard un patient qui a subi une prise de sang dans l'hôpital.
On considère les évènements suivants :

- A : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins A. »
- B : « La prise de sang a été effectuée dans le service de soins B. »
- C : « La prise de sang a été effectuée clans le service de soins C. »
- G : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire GLOBULEX. »
- H : « L'aiguille utilisée a été fournie par le laboratoire HÉMATIS. »

1- Représenter la situation par un arbre en complétant cet arbre autant qu'il est possible.



2- Déterminer la probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS ».

$$P(B\cap H) = P(B)P_B(H) = \frac{1}{3}\times\frac{4}{5} = \frac{4}{15}$$

Conclusion : la probabilité de l'évènement « Le patient a subi une prise de sang dans le service de soins B avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS » est $\frac{4}{15}$

3- Calculer la probabilité de l’évènement *C*.

$$P(C)=1-P(A)-P(B)=1-\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{15-6-5}{15}=\frac{4}{15}$$

Conclusion : la probabilité de l’évènement *C* est $\frac{4}{15}$

4- Calculer la probabilité de l’évènement *H.*

A,B et C forment un système complet d’événement donc d’après la formule des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned}P(H)&=P(H\cap A)+P(H\cap B)+P(H\cap C)\\&=P(A)P_A(H)+P(B)P_B(H)+P(C)P_C(H)\\&=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}+\frac{4}{15}\times\frac{1}{2} &&\text{car } P_A(H)=1-P_A(G)=1-0{,}6=0{,}4=\frac{2}{5}\\&=\frac{4}{25}+\frac{4}{15}+\frac{4}{30} &&25=5^2\text{ , }15=3\times5\text{ et }30=3\times5\times2\qquad\text{donc } d=2\times3\times5^2\\&=\frac{24+40+20}{2\times3\times5^2}\\&=\frac{2^2\times3\times7}{2\times3\times5^2} &&\text{car } 84=2\times2\times3\times7\\&=\frac{2\times7}{5^2}=\frac{14}{25}\end{aligned}$$

Conclusion : la probabilité de l’évènement *H* est $\frac{14}{25}$

5- Le patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS.Déterminer la probabilité que cette prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B.

$$P(H)=\frac{14}{25}\neq 0 \text{ donc } P_H(B)=\frac{P(H\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{14}{25}}=\frac{4}{15}\times\frac{25}{14}=\frac{2\times2\times5\times5}{3\times5\times2\times7}=\frac{10}{21}$$

Conclusion : la probabilité que cette prise de sang ait été effectuée dans le service de soins B sachant que l'aiguille est fournie par le laboratoire HÉMATIS est $\frac{10}{21}$

6- On choisit trois patients au hasard, indépendamment les uns des autres.
Calculer la probabilité de l’évènement : « au moins un patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS»

On note *X* le nombre de patients ayant subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS

$$\begin{aligned}P(X\geq 1)&=1-P(X=0)=1-P\left(\overline{H_1}\cap\overline{H_2}\cap\overline{H_3}\right)\\&=1-P\left(\overline{H_1}\right)P\left(\overline{H_2}\right)P\left(\overline{H_3}\right) &&\text{car le choix des patients est indépendant}\\&=1-\left(\frac{11}{25}\right)^3 &&\text{car } P(\overline{H})=P(G)=1-P(H)=1-\frac{14}{25}=\frac{11}{25}\end{aligned}$$

Conclusion : la probabilité de l’évènement : « au moins un patient a subi une prise de sang avec une aiguille fournie par le laboratoire HÉMATIS» est $1-\left(\frac{11}{25}\right)^3$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{3-2x}{e^x}$.On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative

1- Déterminer Df .

f existe $\Leftrightarrow e^x \neq 0$ toujours vraie

$\boldsymbol{Df}=\mathbb{R}$

2- Écrire f sous forme d'un produit

$f(x) = \dfrac{3-2x}{e^x} = (3-2x)e^{-x}$

3- Déterminer les limites de f aux bornes de Df.

$$\lim_{x\to-\infty} \boldsymbol{f(x)=+\infty} \text{ car } \begin{cases} \displaystyle\lim_{x\to-\infty}(3-2x) = \lim_{x\to-\infty}(-2x) = +\infty \\ \displaystyle\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

Étude des branches infinies

On est en présence d'une FI du type $\infty\times0$ donc on devrait factoriser par le terme prépondérant , ici e^{-x}, mais c'est déjà le cas donc on développe.

$f(x) = (3-2x)e^{-x} = 3e^{-x} - 2xe^{-x}$

$$\lim_{x\to+\infty} \boldsymbol{f(x)=0} \quad \text{car } \begin{cases} \displaystyle\lim_{x\to+\infty} 3e^{-x} = 0 \\ \displaystyle\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0 \text{ (croissances comparées)} \end{cases}$$

La droite D d'équation $y=0$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

L'étude de la position sera faite à la question suivante.

4- Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et de la droite D d'équation $y = 0$

Étudier la position relative de $\mathscr{C}$ et D revient à étudier le signe de $f(x) - y_D = (3-2x)e^{-x}$

$\forall\, x \in Df$, $e^{-x} > 0$ donc $f(x) - y_D$ est du signe de $3-2x$

signe de $3-2x$: $\overset{+}{\longrightarrow}\underset{3/2}{\oplus}\overset{-}{\longrightarrow}$

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$f(x)-y_D$	+	0	-
position	$\mathscr{C}$ est au-dessus de D	$\mathscr{C}$ coupe D en (3/2 ; 0)	$\mathscr{C}$ est en dessous de D

5- Étudier les variations de f puis dresser le tableau de variations.

$f(x) = (3-2x)e^{-x}$

f est dérivable sur Df comme produit de fonctions dérivables

$\forall\, x \in Df,\ f\,'(x) = -2e^{-x} + (-1)(3-2x)e^{-x} = e^{-x}(-2-3+2x) = e^{-x}(-5+2x)$

$\forall\, x \in Df$, $e^{-x} > 0$ donc $f\,'(x)$ est du signe de $-5+2x$

signe de $-5+2x$: $\overset{-}{\longrightarrow}\underset{5/2}{\oplus}\overset{+}{\longrightarrow}$

<u>Conclusion</u> : *f* est décroissante sur $\left]-\infty ; \frac{5}{2}\right]$ et croissante sur $\left[\frac{5}{2} ; +\infty\right[$

x	$-\infty$		$5/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(5/2)$	$\nearrow$	0

$f\left(\frac{5}{2}\right) = (3-5)e^{-\frac{5}{2}} = -2e^{-\frac{5}{2}}$

Pour info $f\left(\frac{5}{2}\right) \approx -0{,}17$. Merci casio, merci TI….

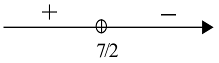
6- <u>Étudier la convexité de *f*</u>

f' est dérivable sur Df comme produit de fonctions dérivables

$\forall x \in Df,\ f''(x) = 2e^{-x} + (-1)e^{-x}(-5+2x) = e^{-x}(2+5-2x) = e^{-x}(7-2x)$

$\forall x \in Df$, $e^{-x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $7-2x$

signe de $7-2x$:



x	$-\infty$	$7/2$	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
convexité	*f* est convexe	point d'inflexion (7/2 ; *f*(7/2))	*f* est concave

7- <u>Déterminer l'équation de la tangente *T* à $\mathscr{C}$ au point *A* d'abscisse 0.</u>

Une équation cartésienne de la tangente *T* à $\mathscr{C}$ au point *A* d'abscisse 0 est donnée par

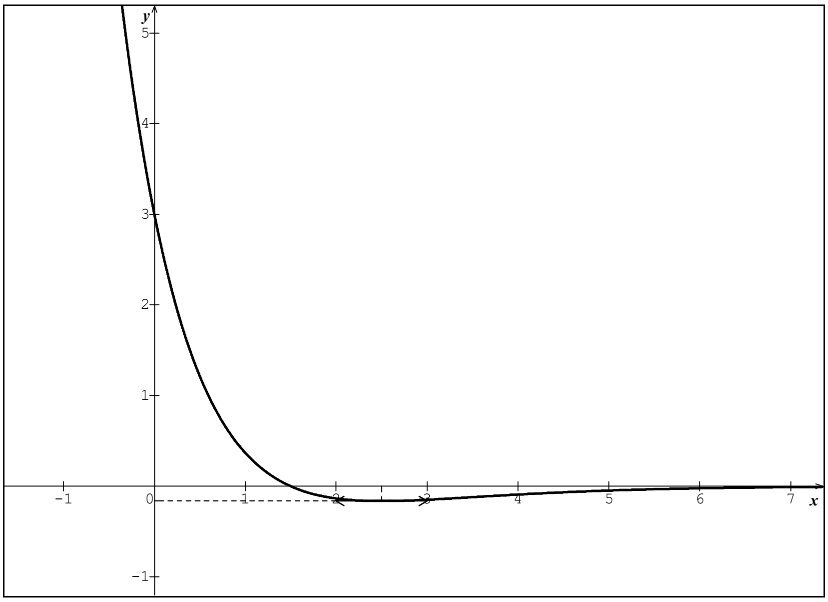
T : $y = f'(0)\,(x-0) + f(0)$ avec $f'(0) = -5$ et $f(0) = 3$

<u>Conclusion</u> T: $y = -5(x-0) + 3 = -5x + 3$.

8- <u>Étudier position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à *T*</u>

Au voisinage de 0, *f* est convexe donc $\mathscr{C}$ est au-dessus de *T*

9- Construire $\mathscr{C}$.



Exercice 2 :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 3$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

et (v_n) la suite définie par $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2$

1- Calculer u_1, u_2, v_0 et v_1

$$u_1 = \frac{1}{2}u_0 + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2}u_1 + 1 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

$$v_0 = u_0 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$v_1 = u_1 - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

2- Écrire un programme `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche u_n et v_n

```
n=int(input('n='))
u=3 #uo
v=1 # v0
for k in range (1,n+1):
    u=1/2*u+1
    v=u-2
print('u=',u)
print('v=',v)
```

3- Écrire un programme `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche $S = \sum_{k=0}^{n} u_k$

```
n=int(input('n='))
u=3 #uo
S=u
for k in range (1,n+1):
    u=1/2*u+1
    S=S+u
print('S=',S)
```

4- Montrer que la suite (v_n) est géométrique

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\, v_{n+1} = u_{n+1} - 2$$
$$= \frac{1}{2}u_n + 1 - 2$$
$$= \frac{1}{2}u_n - 1$$
$$= \frac{1}{2}(u_n - 2)$$
$$= \frac{1}{2}v_n$$

Conclusion : (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0=1$ et de raison $\frac{1}{2}$

5- Déterminer (v_n) en fonction de n

$$\forall\, n \in \mathbb{N},\, v_n = v_0 q^n = 1\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

6- La suite (v_n) est-elle convergente ?

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = 0 \text{ car } -1 < \frac{1}{2} < 1$$

Conclusion : (v_n) est convergente

7- Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que $v_n \leq 10^{-3}$

$$v_n \leq 10^{-3}$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 10^{-3}$$
$$\ln\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \ln(10^{-3}) \text{ car } x \mapsto \ln(x) \text{ est croissante sur } \mathbb{R}_+^*$$
$$n\ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq -3\ln(10)$$
$$n \geq \frac{-3\ln(10)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{car } \ln\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \quad \left(0 < \frac{1}{2} < 1\right)$$
$$n \geq \frac{3\ln(10)}{\ln(2)} \quad \text{car } \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2)$$

$$\frac{3\ln(10)}{\ln(2)} \approx 9{,}96$$

Conclusion : le plus petit entier naturel n tel que $v_n \leq 10^{-3}$ est 10