

DEVOIR N°12
(A rendre le Mercredi 13 Mai)

Exercice 1 :

On considère la suite de nombres réels (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$$

- 1- Écrire un programme Python qui pour la valeur de n affiche la valeur de u_n .
- 2- Calculer u_2 et en déduire que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 3- On définit la suite (v_n) en posant, pour tout entier naturel n : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$
 - a) Calculer v_0 .
 - b) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
 - c) En déduire la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison.
 - d) Exprimer v_n en fonction de n .
- 4- On définit la suite (w_n) en posant, pour tout entier naturel n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$
 - a) Calculer w_0 .
 - b) En utilisant l'égalité $u_{n+1} = v_n + \frac{1}{2}u_n$, montrer que pour tout n de \mathbb{N} , on a : $w_{n+1} = w_n + 2$
 - c) Exprimer w_n en fonction de n .
- 5- Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n = \frac{2n-1}{2^n}$

Exercice 2 :

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard et on note :

T l'évènement « le ménage pratique le tri sélectif »

B l'évènement « le ménage consomme des produits bio »

- 1- Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré si cela est possible
- 2- Calculer la probabilité de l'évènement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».
- 3- Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.
- 4- Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio
- 5- Les évènements T et B sont-ils indépendants ? Justifier.
- 6- Calculer la probabilité de l'évènement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.
- 7- Cette ville décide de valoriser les ménages ayant un comportement éco-citoyen. Pour cela, elle donne chaque année un chèque de 20 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 10 € aux ménages qui consomment des produits bio sur présentation de justificatifs (les deux montants peuvent être cumulés). Soit X la somme d'argent reçue par un ménage.
 - a) Donner la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.
 - c) Déterminer la fonction de répartition et la représenter graphiquement