LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**
EC 1

FEUILLE D'EXERCICES N°18:
LIMITES ACTE II

RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

① Rappeler les formules de calculs des puissances (avec des a et des e) et des racines carrées, des logarithmique népérien
② Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2, de $\ln(x)$ et e^x
③ Rappeler les formules de $E(X)$ $V(X)$ et de la fonction de répartition
④ Rappeler le formulaire des dérivées. Rappeler l'équation de la tangente
⑤ Comment étudier les variations d'une fonction
⑥ Rappeler le théorème de la bijection et comment étudier la convexité.
⑦ Position d'une courbe et d'une droite. position d'une courbe et d'une tangente
⑧ Comment étudier le sens de variation d'une suite, rappeler le formulaire des suites arithmétiques ,géométriques .Rappeler la méthode d'étude des suite arithmético-géométrique
⑨ Rappeler les limites de e^x, $\ln(x)$ et les croissances comparées

PIQURE DE RAPPEL

Exercice A:

On considère deux suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telles que : $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - v_n \\ v_{n+1} = u_n + 4v_n \end{cases}$ et $\begin{cases} u_0 = 2 \\ v_0 = -1 \end{cases}$

1- Écrire un script `Python` qui demande la valeur de n et qui renvoie la valeur de u_n et de v_n

2- On considère la suite p définie par $\forall\ n \in \mathbb{N}, p_n = u_n + v_n$

a) Montrer que la suite $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique.

b) En déduire l'expression de p_n en fonction de n.

3- A l'aide de la question précédente, montrer que $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 3v_n + 3^n$

4- Montrer que la suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$,définie par $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $z_n = \dfrac{v_n}{3^n}$, est arithmétique.

En déduire l'expression de z_n en fonction de n

5- Donner l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

Exercice B:

On considère une variable aléatoire X tel que $X(\Omega) = \{-1 , 0, 1\}$.

On donne $P(X=-1) = \dfrac{1}{4}$ et $P(X=1) = \dfrac{1}{4}$

1- Calculer $P(X=0)$

2- Déterminer $E(X)$, $V(X)$, $F(x)$

3- On note $Y = X^2$. Déterminer la loi de Y

Exercice 1 :

Déterminer la limite des fonctions suivantes au point a donné

1- $f(x) = \dfrac{5}{x-2}$ $a = 3$

2- $f(x) = \dfrac{-5}{x-2}$ $a = 2$

3- $f(x) = \dfrac{9}{3-x}$ $a = 3$

4- $f(x) = \dfrac{3x-4}{x-2}$ $a = 2$

5- $f(x) = \dfrac{1}{x}$ $a = +\infty$

6- $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ $a = +\infty$

7- $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ $a = -\infty$

8- $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ $a = 0$

9- $f(x) = x^2+x+1$ $a = +\infty$

10- $f(x) = \ln(x^2+1)$ $a = +\infty$

11- $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ $a = 3$

12- $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ $a = 2$

13- $f(x) = x^2-2x$ $a = 1$

14- $f(x) = \dfrac{1}{x^2-4x+3}$ $a = 1$

15- $f(x) = e^{-x+1}$ $a = +\infty$

16- $f(x) = e^{-x+1}$ $a = -\infty$

17- $f(x) = \dfrac{4x-1}{x-3}$ $a = +\infty$

18- $f(x) = \dfrac{4x-1}{x-3}$ $a = 3$

19- $f(x) = \dfrac{4x-1}{x-3}$ $a = 5$

20- $f(x) = \ln(x-2)$ $a = 2$

21- $f(x) = \ln(x-2)$ $a = +\infty$

22- $f(x) = \ln(x-2)$ $a = 3$

23- $f(x) = \dfrac{x^2+3x-10}{x-2}$ $a = 2$

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes :

1- $\lim\limits_{x \to 3^-} \ln(3-x)$

2- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x}$

3- $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{\ln(x)}{x}$

4- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x+1)}{x}$

5- $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 3x \ln x)$

6- $\lim\limits_{x \to +\infty} (-x^2 + \ln(x+1))$

7- $\lim\limits_{x \to 0^+} x^2 \ln x$

8- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2\ln(x)-1}{3\ln(x)+2}$

9- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x+2)}{x+3}$

10- $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln \dfrac{1}{x}$

11- $\lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{x} \ln x$

12- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(2x)}{x^2}$

13- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x^2)}{x}$

14- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\ln(x^2)}{x}$

Exercice 3 :

Calculer les limites suivantes :

1- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x}{e^x}$

2- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x}{e^x}$

3- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{xe^x}$

4- $\lim\limits_{x \to -\infty} (x+1)e^{-x}$

5- $\lim\limits_{x \to +\infty} (x+1)e^{-x}$

6- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-e^x}{x}$

7- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1-e^x}{x}$

8- $\lim\limits_{x \to -\infty} (xe^x-3)$

9- $\lim\limits_{x \to +\infty} (xe^x-3)$

10- $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^x-x+1)$

11- $\lim\limits_{x \to -\infty} (e^x-x+1)$

12- $\lim\limits_{x \to +\infty} (e^{2x} - 5e^{x} + 1)$

13- $\lim\limits_{x \to -\infty} (e^{2x} - 5e^{x} + 1)$

14- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{x} - 2}{e^{x} + 1}$

15- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^{x} - 2}{e^{x} + 1}$

16- $\lim\limits_{x \to -\infty} (1 + x^{2})e^{x}$

17- $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - x)e^{-x}$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x + 3 + \dfrac{\ln(x)}{x}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de f

2- Déterminer les limites de f aux bornes de Df

3- Montrer que la droite D d'équation $y = 2x + 3$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$. Étudier la position relative.

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x + e^{x}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de f

2- Déterminer les limites de f aux bornes de Df

3- Montrer que la courbe admet une asymptote oblique en $-\infty$ dont on donnera une équation. Étudier la position relative.

Exercice 6 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x^{2} + x - 2}{x + 1}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de f

2- Déterminer les limites de f aux bornes de Df

3- Montrer que la courbe admet une asymptote oblique dont on donnera une équation. Étudier la position relative.

Exercice 7 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 - \dfrac{x}{e^{x}}$. On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique

1- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- Montrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$. Étudier la position relative.

3- Justifier que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. Étudier les branches infinies

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^{2} - 3x + 1}{1 + x}$

1- Déterminer l'ensemble de définition de f

2- Déterminer les réels a, b, c tel que $\forall\, x \in Df$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{1 + x}$

3- Déterminer les limites de f aux bornes de Df

4- Montrer que la courbe $\mathscr{C}$, représentative de f, admet une asymptote oblique dont on donnera une équation. Étudier la position relative.

Exercice 9 :

Déterminer l'ensemble de définition, les limites et l'étude des branches infinies des fonctions suivantes:

a) $f(x) = \ln(3x)$

b) $f(x) = \ln(2 - 5x)$

c) $f(x) = x^2 \ln(x)$

d) $f(x) = e^{2x}$

e) $f(x) = e^{2x} - 2e^x$

f) $f(x) = (x+3)e^{-x}$

g) $f(x) = \dfrac{2e^x - 3}{e^x - 1}$