LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**

EC 1

DEVOIR N°14

(A rendre le Jeudi 28 Mai)

Exercice 1 :

Une urne A contient quatre boules rouges et six boules noires.
Une urne B contient une boule rouge et neuf boules noires.
Les boules sont indiscernables au toucher.

Partie A

Un joueur dispose d'un dé à six faces, parfaitement équilibré, numéroté de 1 à 6. Il le lance une fois : s'il obtient 1, il tire au hasard une boule de l'urne A, sinon il tire au hasard une boule de l'urne B.

1- Soit R l'évènement « le joueur obtient une boule rouge » et U l'évènement « le joueur obtient 1 avec le dé » . Établir l'arbre pondéré.

2- Montrer que $p(R) = \dfrac{3}{20}$.

3- Si le joueur obtient une boule rouge, la probabilité qu'elle provienne de A est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de B?

Partie B

Le joueur répète deux fois l'épreuve décrite dans la partie A, dans des conditions identiques et indépendantes (c'est-à-dire qu'à l'issue de la première épreuve, les urnes retrouvent leur composition initiale).
Soit x un entier naturel non nul.
Lors de chacune des deux épreuves, le joueur gagne x euros s'il obtient une boule rouge et perd deux euros s'il obtient une boule noire.
On désigne par G la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur en euros au terme des deux épreuves.

1- Déterminer les valeurs prisent de la variable aléatoire G.

2- Déterminer la loi de probabilité de G.

3- Exprimer l'espérance $E(G)$ de la variable aléatoire G en fonction de x.

4- Pour quelles valeurs de x a-t-on $E(G) > 0$?

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = x - 2 + e^{-x}$. On nomme $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1- **a)** Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet en $+\infty$ une droite asymptote D d'équation $y = x - 2$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Que pouvez-vous dire sur le comportement asymptotique de la courbe de f en $-\infty$?

2- Calculer $f\,'(x)$ pour tout réel x. Dresser le tableau des variations de f en y faisant figurer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$.

3- Justifier que $\mathscr{C}$ coupe l'axe des abscisses en exactement deux points d'abscisses α et β, le premier étant positif, le deuxième étant négatif.
Prouver que $\alpha \in\ ]1,2[$.

4- Tracer l'allure de $\mathscr{C}$ et D. *On donne* $\alpha \approx 1,84$ et $\beta \approx -1,14$.