LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**

EC 1

INTERROGATION ECRITE N°04

Durée 4h00

Dans les programmes Python, les indentations ne sont pas forcement respectées

Exercice 1 :

Soit(p_n) la suite définie par $p_1 = 0{,}1$ et $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$, $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{3}{5}$

1- Montrer que $p_2 = 0{,}62$.

2- **a)** Déterminer le réel x tel que $x = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$

b) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = p_n - x$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique

c) Déterminer l'expression de p_n en fonction de n.

3- Compléter les deux programmes `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche p_n

```
# programme 1
n=int(input('n='))
p=…….
for i in ………….
    ………….
print('p=',p)
```

```
# programme 2
n=int(input('n='))
p=………….
print('p=',p)
```

4- Déterminer la limite de la suite (p_n).

1- Déterminer le plus petit entier naturel n tel que : $\frac{3}{4} - p_n < 10^{-7}$

On donne $\dfrac{\ln\left(\dfrac{10^{-7}}{0{,}65}\right)}{\ln\left(\dfrac{1}{5}\right)} \approx 9{,}36$

Exercice 2 :

Un industriel fabrique des tablettes de chocolat. Pour promouvoir la vente de ces tablettes, il décide d'offrir des places de cinéma dans la moitié des tablettes mises en vente. Parmi les tablettes gagnantes, 60% permettent de gagner exactement une place de cinéma et 40% exactement deux places de cinéma.

1- Un client achète une tablette de chocolat.

On considère les événements suivants :

G :« Le client achète une tablette gagnante » ;

U :« Le client gagne exactement une place de cinéma » ;

D :« Le client gagne exactement deux places de cinéma ».

a) Donner $P(G)$, $P_G(U)$ et $P_G(D)$ et faire l'arbre de la situation.

b) Montrer que la probabilité de gagner exactement une place de cinéma est égale à 0,3.

c) Soit X le nombre de places de cinéma gagnées par le client.

- Déterminer la loi de probabilité de X.
- Calculer l'espérance mathématique de la loi de X.
- Calculer la variance de X
- Déterminer la fonction de répartition et la représenter graphiquement

2- Un client achète deux jours de suite une tablette de chocolat. Les deux achats sont indépendants.
On note Z_k l'événement :" obtenir aucune place de cinéma lors du $k^{\text{ième}}$ achat"
On note U_k l'événement :" obtenir une place de cinéma lors du $k^{\text{ième}}$ achat"
On note D_k l'événement :" obtenir deux places de cinéma lors du $k^{\text{ième}}$ achat"
On note Y la variable aléatoire qui compte le nombre de places gagnées lors des deux achats

a) Déterminer $Y(\Omega)$ (pensez à faire un arbre)
b) Vérifier que $P(Y=2)=0{,}29$
c) Déterminer la loi de Y

Exercice 3 :

Calculer les limites des fonctions suivantes au point donné:

1- $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x-1}$ en $+\infty$
2- $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x-1}$ en 1
3- $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-x-2}$ en $-\infty$
4- $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{-x^2+4x-3}$ en 3
5- $f(x)=x^3\ln(x)$ en 0^+
6- $f(x)=e^{x^2+1}$ en $+\infty$
7- $f(x)=e^{x^2+1}$ en 0
8- $f(x)=e^{-x+1}$ en $+\infty$
9- $f(x)=\dfrac{x-2}{x-\ln(x)}$ en 0^+
10- $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x}$ en $+\infty$
11- $f(x)=\dfrac{x-2}{x-\ln(x)}$ en $+\infty$
12- $f(x)=\dfrac{e^x+x-1}{\ln(x)+x^2}$ en $+\infty$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=4-x-2e^{-x}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1- Déterminer l'ensemble de définition de f .

2- **a)** Déterminer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.
b) Montrer que la droite D d'équation $y=-x+4$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
c) Préciser la position relative de $\mathscr{C}$ et D.

3- **a)** Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f(x)=\dfrac{4e^x-xe^x-2}{e^x}$
b) En déduire la limite de f lorsque x tend vers $-\infty$.

4- Donner le sens de variation de f puis dresser le tableau de variations de f.

5- Étudier la convexité de f

6- On note A le point de $\mathscr{C}$ d'abscisse 0.
a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
b) Déterminer la position relative de $\mathscr{C}$ et T.

7- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions sur $\mathbb{R}$ noté α et β puis montrer que β appartient à l'intervalle $[-1,0]$.

8- Tracer les droites T et D, et la courbe $\mathscr{C}$.
On admet que $\mathscr{C}$ admet une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$
on donne $\alpha\approx 3{,}9$ et $\beta\approx -0{,}9$