**LYCEE JEAN PERRIN** **2025-2026**

**EC 1**

**DEVOIR N°15**

**(A rendre le Jeudi 4 Juin)**

***Exercice 1 :***

Un enfant joue avec 20 billes, 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boîte cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

**1-** Dans un premier jeu, il choisit **simultanément** trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle $X$ la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

**a)** Déterminer la loi de probabilité de $X$.

**b)** Calculer l'espérance mathématique de $X$.

**2-** Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie.

On considère les événements suivants :

$C_1$ : « l'enfant choisit la boîte cubique » ;

$C_2$ : « l'enfant choisit la boîte cylindrique » ;

$R$ : « l'enfant prend une bille rouge » ;

$V$ : « l'enfant prend une bille verte » .

**a)** Représenter par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.

**b)** Calculer la probabilité de l'événement $R$.

**c)** Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique ?

***Exercice 2 :***

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_0 = 0 , \qquad u_1 = 1 \qquad \text{et} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}^*,\ u_{n+1} = 7u_n + 8u_{n-1}$$

**1-** Écrire du script `Python` pour qu'il calcule $u_n$ pour $n$ entier naturel entré par l'utilisateur

**2-** Montrer que la suite $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $s_n = u_{n+1} + u_n$ est une suite géométrique de raison 8.

En déduire l'expression de $s_n$ en fonction de $n$.

**3-** On pose pour tout entier naturel $n$ : $v_n = (-1)^n u_n$ et $t_n = v_n - v_{n+1}$

**(a)** Exprimer $t_n$ en fonction de $s_n$ pour tout entier naturel $n$.

**(b)** En déduire que pour tout $n \geq 0$, on a $t_n = (-8)^n$.

**4-** Soit $n$ un entier naturel non nul.

**(a)** Calculer la somme $\displaystyle\sum_{i=0}^{n-1}(-8)^i$

**(b)** Justifier que : $\displaystyle\sum_{i=0}^{n-1}(v_i - v_{i+1}) = -v_n$

**(c)** En déduire l'expression de $v_n$ en fonction de $n$ , puis vérifier que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{(-1)^{n+1} + 8^n}{9}$