

FEUILLE D'EXERCICES N°20  
LOI BINOMIALE



# RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

- ① Rappeler les formules de calculs des puissances ( avec des a et des e) et des racines carrées, des logarithmique népérien
- ② Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2, de  $\ln(x)$  et  $e^x$
- ③ Rappeler les formules de  $E(X)$   $V(X)$  et de la fonction de répartition
- ④ Rappeler le formulaire des dérivées. Rappeler l'équation de la tangente
- ⑤ Comment étudier les variations d'une fonction
- ⑥ Rappeler le théorème de la bijection et comment étudier la convexité.
- ⑦ Position d'une courbe et d'une droite. position d'une courbe et d'une tangente
- ⑧ Comment étudier le sens de variation d'une suite, rappeler le formulaire des suites arithmétiques ,géométriques .Rappeler la méthode d'étude des suite arithmético-géométrique
- ⑨ Rappeler les limites de  $e^x$ ,  $\ln(x)$  et les croissances comparées



# PIQURE DE RAPPEL

## Exercice A:

Étudier les fonctions suivantes : ensemble de définition, limites et branches infinies ,sens de variations , tableau de variations, courbe

- 1-  $f(x) = x^2(1 - \ln(x))$
- 2-  $f(x) = e^{4x} - 4x + 1$

## Exercice B:

Une urne contient  $n$  boules blanches ( $n \in \mathbb{N}$  et  $n \geq 2$ ), 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire **simultanément** et au hasard deux boules de l'urne .

- 1- Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches ?
- 2- On note  $p(n)$  la probabilité de tirer deux boules de même couleur.
  - a) Montrer que  $p(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$
  - b) Écrire un programme Python qui demande la valeur de  $n$  à l'utilisateur et qui affiche  $p(n)$
  - c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(n)$ . Interpréter ce résultat.

### Exercice 1 :

On considère une pièce dont la probabilité d'avoir pile est de 0,3. On lance la pièce 10 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 piles ?

### Exercice 2 :

On sait que la probabilité pour qu'un étudiant soit diplômé est de 0,4 .

- 1- Calculer pour un groupe de 100 étudiants la probabilité pour :
  - a) qu'aucun ne soit diplômé.
  - b) qu'un et un seul soit diplômé.
  - c) qu'au moins deux soient diplômés.
  - d) qu'ils soient tous diplômés.
  - e) qu'au moins un **ne soit pas** diplômé.
- 2- Donner , en moyenne, le nombre de diplômé sur les 100 étudiants

### Exercice 3 :

Un camelot vendeur de stylos feutre propose des lots de 5 stylos identiques.

Il affirme que des expériences nombreuses ont permis de vérifier que 80% de ses stylos permettraient d'écrire sans arrêt pendant une semaine.

- 1- Quelle est la probabilité pour que les 5 stylos d'un lot soient tous capables de tenir la semaine de travail continu ?
- 2- Quelle est la probabilité pour qu'aucun ne parvienne à effectuer ce travail ?
- 3- Quelle est la probabilité pour que 3 au moins soient hors d'usage avant le délai ?
- 4- Quelle est la probabilité pour que 3 au plus soient hors d'usage avant le délai ?

### Exercice 4 :

On effectue un tirage simultané ,au hasard, de 4 billes dans un sac contenant 7 billes blanches et 3 billes noires.

On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de boules noires tirées.

- 1- Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  ?
- 2- Calculer l'espérance la variance et l'écart type de la variable aléatoire  $X$  .
- 3- Répondre aux mêmes questions que précédemment lorsque le tirage se fait de successivement avec remise.

### Exercice 5 :

Un responsable de magasin achète des composants électroniques auprès de deux fournisseurs dans les proportions suivantes : 25 % au premier fournisseur et 75 % au second.

La proportion de composants défectueux est de 3% chez le premier fournisseur et de 2 % chez le second. On note :

- $D$  l'évènement « le composant est défectueux » ;
- $F_1$  l'évènement « le composant provient du premier fournisseur » ;
- $F_2$  l'évènement « le composant provient du second fournisseur ».

- 1- Démontrer que  $p(D) = 0,0225$ .
- 2- Sachant qu'un composant est défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne du premier fournisseur ?
- 3- Le responsable commande 20 composants. Quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre eux soient défectueux ?

**Exercice 6 :**

On dispose de deux urnes  $U_1$  et  $U_2$ .

L'urne  $U_1$  contient 2 billes vertes et 8 billes rouges toutes indiscernables au toucher.

L'urne  $U_2$  contient 3 billes vertes et 7 billes rouges toutes indiscernables au toucher.

Une partie consiste, pour un joueur, à tirer au hasard une bille de l'urne  $U_1$ , noter sa couleur et remettre la bille dans l'urne  $U_1$  puis de tirer au hasard une bille de l'urne  $U_2$ , noter sa couleur et remettre la bille dans l'urne  $U_2$ . À la fin de la partie, si le joueur a tiré deux billes vertes il gagne un lecteur MP3. S'il a tiré une bille verte, il gagne un ours en peluche. Sinon il ne gagne rien.

On note :

$V_1$  l'évènement : « le joueur tire une boule verte dans  $U_1$  »

$V_2$  l'évènement : « le joueur tire une boule verte dans  $U_2$  ».

Les évènements  $V_1$  et  $V_2$  sont indépendants.

- 1- Montrer que la probabilité de gagner un lecteur MP3 est  $p = 0,06$ .
- 2- Quelle est la probabilité de gagner un ours en peluche ?
- 3- On appelle  $n$  le nombre de personnes participant à la loterie un jour donné et jouant une seule fois. Soit  $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de personnes gagnants un lecteur MP3
  - a) Déterminer la loi de  $Y$ . On précisera en particulier  $Y(\Omega)$  et  $P(Y = k)$  pour tout  $k$  de  $Y(\Omega)$ .
  - b) Déterminer la probabilité que qu'une personne gagne un lecteur MP3.
  - c) Déterminer la probabilité que qu'aucune personne gagne un lecteur MP3.
  - d) Déterminer, en fonction de  $n$ , les valeurs de  $E(Y)$  et  $V(Y)$
  - e) On note  $p_n$  la probabilité que l'une au moins de ces personnes gagne un lecteur MP3. Déterminer la plus petite valeur de  $n$  vérifiant  $p_n > 0,99$  par 2 méthodes: par les calculs et par Python

On pourra s'aider du calcul suivant  $-\frac{\ln(100)}{\ln(0,94)} \approx 74,42$