LYCEE JEAN PERRIN **2025-2026**

EC1

FEUILLE D'EXERCICES N°22

INTÉGRALES

RESUME DES EPISODES PRECEDENTS

① Axes ou tableaux de signes des polynômes de degrés 1 et 2, de ln(x) et e^x
② Rappeler les formules de $E(X)$ $V(X)$ et de la fonction de répartition
③ Rappeler le formulaire des dérivées. Rappeler l'équation de la tangente
④ Rappeler le théorème de la bijection et comment étudier la convexité.
⑤ Position d'une courbe et d'une droite. position d'une courbe et d'une tangente
⑥ Comment étudier le sens de variation d'une suite, rappeler le formulaire des suites arithmétiques ,géométriques .Rappeler la méthode d'étude des suite arithmético-géométrique
⑦ Rappeler les limites de e^x, ln(x) et les croissances comparées
⑧ Rappeler loi Binomiale et loi de Bernoulli
⑨ Rappeler les formules des primitives

PIQURE DE RAPPEL

Exercice A:

Une société de maintenance de photocopieurs désire optimiser ses prestations au niveau des entreprises, afin de proposer un abonnement adapté à ses services.

On note, pour n entier naturel non nul, I_n l'évènement « la société intervient durant le $n^{\text{ième}}$ mois qui suit l'installation d'un photocopieur » et $p_n = p(I_n)$ la probabilité de l'évènement I_n.

Le bureau d'études a mis en évidence les résultats suivants pour une entreprise déterminée :

- $p(I_1) = p_1 = 0{,}75$;
- sachant qu'il y a eu une intervention durant le $n^{\text{ième}}$ mois qui suit l'installation d'un photocopieur, la probabilité d'intervention le mois suivant est égal 0,04 ;
- sachant qu'il n'y a pas eu d'intervention durant le $n^{\text{ième}}$ mois qui suit l'installation d'un photocopieur, la probabilité d'intervention le mois suivant est égal à 0,64.

1. Préciser $p_{I_n}(I_{n+1})$ et $p_{\overline{I_n}}(I_{n+1})$ et faire l'arbre de probabilité

2. En déduire $\forall\, n \in$ É*, $p_{n+1} = -0{,}6\, p_n + 0{,}64$.

3. Écrire un script `Python` qui demande n à l'utilisateur et qui affiche p_n

4. Exprimer p_n en fonction de n.

5. Donner une valeur approchée de p_6 grâce à `Python`

Exercice 1 :

Calculer les intégrales $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ dans les cas suivants :

a) $f(x) = x^2 + 1$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

e) $f(x) = x\,(1 - x^2\ )$

f) $f(x) = \mathrm{e}^x$

g) $f(x) = e^{4x+1}$

h) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

i) $f(x) = 7xe^{-x^2+1}$

j) $f(x) = \dfrac{4}{(3x-2)^4}$

k) $f(x) = \dfrac{1}{x(1+\ln x)^3}$

l) $f(x) = x\ln(x)$

m) $f(x) = xe^{-x}$

n) $f(x) = x^2e^x$

o) $f(x) = (x+1)e^{2x}$

Exercice 2 :

Calculer les intégrales $\int_1^e f(x)\mathrm{d}x$ dans les cas suivants :

a) $f(x) = \ln x$

b) $f(x) = \ln(x+1)$

c) $f(x) = x\ \ln\ x$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

On note $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé (O,Å,Å) d'unité 2 cm.

1- Etudier la fonction f

2- Calculer, en cm^2, du domaine D délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 5$.

3- Calculer, en cm^2, du domaine D délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = -1$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 5x + 2\ln(x)$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé (O,Å,Å) d'unité $OI = 2\,\mathrm{cm}$ et $OJ = 3\,\mathrm{cm}$

1- Calculer les limites aux bornes de Df.

2- Etudier le sens de variations de f puis dresser le tableaux de variations

3- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in Df$. On admet que $\alpha \in [4\ ;\ 5]$

4- Calculer, en cm^2, du domaine D délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = 1$.

5- Calculer, en cm^2, du domaine D délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 5$ et $x = 6$

6- Calculer, en cm^2, du domaine D délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$