

CORRECTION DU DEVOIR N°02

Exercice 1 :

Soient  $A ; B ; C$  trois événements Décrire à l'aide de  $A ; B ; C$  les événements suivants :

1-  $D$  : " seul  $A$  se réalise "

$$D = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$$

Remarque : une autre réponse serait  $D = A \setminus (B \cup C) = A \cap (\overline{B \cup C}) = A \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

2-  $E$  : "  $A$  et  $B$  se réalisent mais pas  $C$  "

$$E = A \cap B \cap \overline{C}$$

Remarque : une autre réponse serait  $E = (A \cap B) \setminus C = A \cap B \cap \overline{C}$

3-  $F$  : " Deux événements au plus se réalisent "

L'événement  $F$  signifie que soit 0 événement se réalise, soit 1 événement se réalise parmi  $A, B$  ou  $C$  soit 2 événements se réalisent parmi  $A, B$  ou  $C$

$F$  est donc difficile à écrire. Posons nous la question de l'événement contraire :  $\overline{F}$  : "les trois événements se réalisent " qui est très facile à écrire :  $A \cap B \cap C$

Conclusion :  $F = \overline{A \cap B \cap C}$

4-  $G$  : " Deux événements ou plus se réalisent "

L'événement  $G$  signifie que soit 2 événements se réalisent parmi  $A, B$  ou  $C$  soit les trois.

$G$  est donc difficile à écrire. Posons nous la question de l'événement contraire :  $\overline{G}$  : "soit 0 événement se réalise, soit 1 événement se réalise parmi  $A, B$  ou  $C$  " qui n'est pas plus facile. cette fois l'événement contraire ne nous a pas permis de simplifier le calculs. Donc je vais résoudre cette question directement

L'événement  $G$  signifie que

- soit 2 événements se réalisent parmi  $A, B$  ou  $C$  : cette situation  $\geq$  produit dans trois cas
  - Soit  $A$  et  $B$  se réalisent et pas  $C$  :  $A \cap B \cap \overline{C}$
  - Soit  $A$  et  $C$  se réalisent et pas  $B$  :  $A \cap \overline{B} \cap C$
  - Soit  $B$  et  $C$  se réalisent et pas  $A$  :  $\overline{A} \cap B \cap C$
- soit 3 événements se réalisent :  $A \cap B \cap C$

Conclusion :

$$G = (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

**Exercice 2 :**

Nommer et calculer les nombres suivants:

$$A = 5 - \frac{1}{7} = \frac{5 \times 7 - 1}{7} = \frac{34}{7}$$

$$\boxed{A = \frac{34}{7}}$$

***A est une différence***

$$B = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2+3}{6}}{\frac{2-3}{6}} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$\boxed{B = -5}$$

***B est un quotient***

$$C = \frac{18}{15} \times \frac{25}{27} = \frac{9 \times 2 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 3 \times 9} = \frac{10}{9}$$

$$\boxed{C = \frac{10}{9}}$$

***C est un produit***

$$D = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3}\right) \left(3 + \frac{7}{4}\right) = \frac{3+10}{6} \times \frac{12+7}{4} = \frac{13}{6} \times \frac{19}{4} = \frac{13 \times 19}{6 \times 4} = \frac{247}{24}$$

$$\boxed{D = \frac{247}{24}}$$

***D est un quotient***

$$E = \frac{7}{60} + \frac{-8}{45}$$

$$E = \frac{7}{60} + \frac{-8}{45}$$

60 = 2<sup>2</sup> × 3 × 5 et 45 = 3<sup>2</sup> × 5 donc un dénominateur commun est 2<sup>2</sup> × 3<sup>2</sup> × 5

d'où

$$E = \frac{7 \times 3 - 8 \times 2^2}{2^2 3^2 5}$$

$$\boxed{E = -\frac{11}{180}}$$

***E est une somme*****Exercice 3 :**Simplifier les expressions en mettant les résultats sous la forme d'une seule racine ou d'un seul logarithme

$$A = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$= (3 + 8 - 5)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\boxed{A = 6\sqrt{2}}$$

$$B = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{48}$$

$$= 5\sqrt{3^2 \times 3} - 2\sqrt{4^2 \times 3}$$

$$= 5 \times 3\sqrt{3} - 2 \times 4\sqrt{3}$$

$$= (15 - 8)\sqrt{3}$$

$$= 7\sqrt{3}$$

$$\boxed{B = 7\sqrt{3}}$$

$$C = \ln(2) + \ln(5)$$

$$= \ln(2 \times 5) = \ln(10)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } b > 0, \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\boxed{C = \ln(10)}$$


---

$$D = \ln(3) - \ln(4)$$

$$= \ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } b > 0, \ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\boxed{D = \ln\left(\frac{3}{4}\right)}$$


---

$$E = 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(9)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2}\ln(3^2)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \frac{1}{2} \times 2 \ln(3)$$

$$\text{car } \forall a > 0 \text{ et } \ln(a^x) = x\ln(a)$$

$$= 3\ln(2) + 2\ln(3) - \ln(3)$$

$$= 3\ln(2) + \ln(3)$$

$$= \ln(2^3) + \ln(3)$$

$$= \ln(8) + \ln(3)$$

$$= \ln(8 \times 3)$$

$$= \ln(24)$$

$$\boxed{E = \ln(24)}$$