

FICHE METHODE CALCULS: FRACTIONS

Dans toute cette partie, n et d désignent des nombres entiers avec $d \neq 0$.

Une fraction $F = \frac{n}{d}$ où n s'appelle le numérateur et d le dénominateur

Propriété 1: Règles des signes

$$\frac{-n}{d} = \frac{n}{-d} = -\frac{n}{d} \text{ et } \frac{-n}{-d} = \frac{n}{d}$$

Exemple : $\frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

I- COMMENT SIMPLIFIER UNE FRACTION

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 2: Fondamentale

Une fraction est inchangée si on multiplie ou si on divise numérateur et dénominateur par un même nombre non nul

pour $a \neq 0$, $\frac{n}{d} = \frac{n \times a}{d \times a} = \frac{n \div a}{d \div a}$

Remarque : $\frac{3}{5}$ est une fraction mais $\frac{0,3}{5}$ n'est pas une fraction. On écrit $\frac{0,3}{5} = \frac{3}{50}$.

Définition 1: Fractions irréductibles

On dit que la fraction F est irréductible lorsque n et d n'ont pas d'autres diviseurs positifs communs que 1.

Exemple $\frac{1}{2}$ est irréductible alors $\frac{2}{4}$ ne l'est pas car $\frac{2}{4} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Pour simplifier une fraction on doit :

- ⇒ Déterminer le signe de la fraction
- ⇒ Chercher à savoir si le numérateur et le dénominateurs sont dans la même "table".
 - ❖ On peut utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5 ou 11
 - ❖ Si les nombres sont trop grands on cherche les diviseurs du plus "simple"

□ EXEMPLES

Exemple 1: Simplifier $\frac{-77}{33}$

$$\frac{-77}{33} = -\frac{77}{33}$$

On détermine le signe de la fraction

$$\frac{-77}{33} = -\frac{7 \times 11}{3 \times 11}$$

On cherche si il existe une table commune à 77 et 33. Ici c'est 11

$$\frac{-77}{33} = -\frac{7}{3}$$

On simplifie la fraction

Exemple 2: Simplifier $\frac{-228}{-45}$

$$\frac{-228}{-45} = \frac{228}{45}$$

On détermine le signe de la fraction

$$\frac{-228}{-45} = \frac{3 \times 76}{3 \times 15}$$

On cherche si il existe une table commune à 228 et 45.

Pour cela, on regarde 45.

45 est dans la table de 5 et de 3 car $45=3 \times 3 \times 5$. Il ne reste qu'à tester si 228 est dans la table de 3 ou 5. 228 se termine par 8 donc il n'est pas dans la table de 5 et $2+2+8=12$ est dans la table de 3 donc 228 se divise par 3 en effet $228=3 \times 76$

$$\frac{-228}{-45} = \frac{76}{15}$$

On simplifie la fraction et on recommence

76 n'est ni dans la table de 3 ($7+6=13$) ni dans la table de 5 (il se termine par 6) donc $\frac{76}{15}$ est irréductible

II- COMMENT ADDITIONNER OU SOUSTRAIRE DEUX FRACTIONS

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 3: Addition, soustraction

Pour l'addition et la soustraction, lorsque les dénominateurs sont différents, on commence par réduire les fractions au même dénominateur puis on ajoute (ou soustrait) uniquement les numérateurs.

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Observer les dénominateurs

- ⇒ Si ils sont égaux, additionner les numérateurs
- ⇒ Si ils sont différents, déterminer un dénominateur commun:
 - ❖ Si les nombres sont petits un dénominateur commun s'obtient en prenant le produit des dénominateurs
 - ❖ Si ils sont multiples, prendre le plus grand
 - ❖ Sinon décomposer en facteur premier les dénominateurs alors un dénominateur commun s'obtient en prenant **tous les facteurs affectés de la plus grande puissance.**
- ⇒ A la fin du calcul, pensez à simplifier la fraction obtenue

□ EXEMPLES

Exemple 1: calculer $\frac{1}{5} - \frac{-3}{5}$

$$\frac{1}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$$

On détermine le signe de chaque fraction

$$\frac{1}{5} - \frac{-3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

On additionne les numérateurs et on garde le même dénominateur.

On simplifie la fraction si nécessaire.

Exemple 2: calculer $5 + \frac{1}{-3}$

$$5 + \frac{1}{-3} = 5 - \frac{1}{3}$$

On détermine le signe de chaque fraction

$$5 - \frac{1}{3} = \frac{5 \times 3}{3} - \frac{1}{3}$$

On réduit les fractions au même dénominateur 3

$$5 - \frac{1}{3} = \frac{15-1}{3} = \frac{14}{3}$$

On additionne les numérateurs et on garde le même dénominateur.

On simplifie la fraction si nécessaire. $\frac{14}{3}$ est irréductible

Exemple 3: calculer $\frac{1}{-5} + \frac{3}{10}$

$$\frac{1}{-5} + \frac{3}{10} = -\frac{1}{5} + \frac{3}{10}$$

On détermine le signe de chaque fraction

$$-\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = -\frac{1 \times 2}{5 \times 2} + \frac{3}{10}$$

On réduit les fractions au même dénominateur 10 car 5 et 10 sont multiples

$$-\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{-2+3}{10} = \frac{1}{10}$$

On additionne les numérateurs et on garde le même dénominateur.

On simplifie la fraction si nécessaire. $\frac{1}{10}$ est irréductible

Exemple 4: calculer $A = -1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12}$

$$-1 + \frac{13}{30} - \frac{-11}{12} = -1 + \frac{13}{30} + \frac{11}{12}$$

On détermine le signe de chaque fraction

$$30 = 2 \times 3 \times 5 \text{ et } 12 = 2^2 \times 3$$

Donc un dénominateur commun sera $2^2 \times 3 \times 5$

On cherche un dénominateur commun, le plus petit possible en décomposant les nombres. **On choisit tous les facteurs affectés de la plus grande puissance .**

$$A = \frac{-2^2 \times 3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5} + \frac{13 \times 2}{2^2 \times 3 \times 5} + \frac{11 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5}$$

On réduit les fractions au même dénominateur $2^2 \times 3 \times 5$

$$A = \frac{-60 + 26 + 55}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{21}{2^2 \times 3 \times 5}$$

On calcule les numérateurs.

On additionne les numérateurs et on garde le même dénominateur.

$$A = \frac{3 \times 7}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{20}$$

On simplifie la fraction par 3.



Ne pas calculer le dénominateur directement, ce sera plus simple pour simplifier le résultat.

III- COMMENT MULTIPLIER DEUX FRACTIONS

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 4: Multiplication

Pour multiplier des fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \text{ et } a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$



Ne jamais mettre les fractions au même dénominateur.

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Pour multiplier deux fractions on doit :

⇒ Déterminer le signe du résultat

⇒ Chercher à savoir si le numérateur et le dénominateur ont des facteurs communs

□ EXEMPLES

Exemple 1: calculer $B = \frac{-24}{35} \times \frac{14}{-15}$

$$\frac{-24}{35} \times \frac{14}{-15} = + \frac{24}{35} \times \frac{14}{15}$$

On applique la règle des signes.

$$B = \frac{8 \times 3 \times 2 \times 7}{7 \times 5 \times 3 \times 5}$$

On cherche des facteurs communs.

On remarque que 24 et 15 sont dans la table de 3 et 35 et 14 sont dans la table de 7 donc on décompose les nombres.

$$B = \frac{8 \times 2}{5 \times 5}$$

On simplifie la fraction par 3 et 5

$$B = \frac{16}{25}$$

On calcule. Le résultat sera toujours irréductible.

Exemple 2: calculer $C = \frac{12}{7} \times \frac{-2}{23}$

$$\frac{12}{7} \times \frac{-2}{23} = - \frac{12}{7} \times \frac{2}{23}$$

On applique la règle des signes.

$$C = - \frac{12 \times 2}{7 \times 23}$$

On cherche des facteurs communs.

On remarque que 12 et 2 sont dans la table de 2 mais 24 et 2 sont au numérateur et par suite la décomposition est inutile.

$$C = - \frac{12 \times 2}{7 \times 23}$$

On multiplie les numérateurs et les dénominateurs.

$$C = - \frac{24}{161}$$

On calcule. Le résultat sera toujours irréductible.

IV- COMMENT DIVISER DEUX FRACTIONS

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 5: Division

Diviser par une fraction, **non nulle**, revient à multiplier par son inverse

$$1 \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$



Ne jamais mettre les fractions au même dénominateur.

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Pour multiplier deux fractions on doit :

- ⇒ Déterminer le signe du résultat.
- ⇒ Transformer les divisions en multiplications
- ⇒ Chercher à savoir si le numérateur et le dénominateur ont des facteurs communs



Le trait principal de fraction doit être placé au niveau du signe =

□ EXEMPLES

Exemple 1: calculer $D = \frac{\frac{15}{8}}{-\frac{25}{12}}$

$$\frac{\frac{15}{8}}{-\frac{25}{12}} = -\frac{\frac{15}{8}}{\frac{25}{12}}$$

On applique la règle des signes

$$D = -\frac{15}{8} \times \frac{12}{25}$$

On transforme la division en multiplication par l'inverse

$$D = -\frac{3 \times 5 \times 4 \times 3}{2 \times 4 \times 5 \times 5}$$

On cherche des facteurs communs.

On remarque que 15 et 25 sont dans la table de 5 et 8, 12 sont dans la table de 4 donc on décompose les nombres

$$D = -\frac{3 \times 3}{2 \times 5} = -\frac{9}{10}$$

On simplifie la fraction par 4 et 5 et on calcule. Le résultat sera toujours irréductible

Exemple 2: calculer $E = \frac{12}{7} \div \frac{-3}{-7}$

$$\frac{12}{7} \div \frac{-3}{-7} = +\frac{12}{7} \div \frac{3}{7}$$

On applique la règle des signes

$$E = +\frac{12}{3}$$

Quand on divise deux fractions qui ont le même dénominateur, cela revient à diviser les numérateurs