

FICHE METHODE CALCULS: RACINES CARRÉES

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté \sqrt{a} , dont le carré est a .

Le symbole $\sqrt{\quad}$ est appelé " radical " et a est appelé " radicande "

Lorsque a est un nombre strictement négatif, il n'existe pas et n'a donc pas de sens.

I- COMMENT SIMPLIFIER UNE RACINE CARRÉE

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 1: Règle de calcul

Si a et b sont deux nombres positifs, on a :

➤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

➤ $\sqrt{a^2} = a$

➤ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec b un nombre non nul



Pas de propriété avec l'addition ni avec la soustraction

ainsi $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Pour simplifier une racine carrée, on doit :

⇒ Faire apparaître des carrés

⇒ Appliquer les formules ci-dessus

⇒ Puis simplifier les "racines identiques"

□ EXEMPLES

Exemple 1: Simplifier $A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2$

$$A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2$$

On simplifie les $\sqrt{5}$

$$A = (2-3)\sqrt{5} + 2$$

2 reste à part....

$$A = -\sqrt{5} + 2$$

On conclut

Exemple 2: $B = 2\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$

$$B = 2\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$$

On remarque qu'aucun radicande est égal

$$B = 2\sqrt{6^2 \times 2} - 7\sqrt{3^2 \times 2}$$

On décompose 72 et 48 en faisant apparaître des carrés
 $72 = 36 \times 2 = 6^2 \times 2$ et $18 = 9 \times 2 = 3^2 \times 2$

$$B = 2\sqrt{6^2} \times \sqrt{2} - 7\sqrt{3^2} \times \sqrt{2}$$

On applique les formules de calcul ici $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

$$B = (2 \times 6 - 7 \times 3)\sqrt{2}$$

On simplifie

$$= -9\sqrt{2}$$

II-COMMENT ENLEVER UNE RACINE CARRÉE AU DÉNOMINATEUR

□ CE QU'IL FAUT SAVOIR

Propriété 1: Règle de calcul

Si a est un nombre positif, on a: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

□ DÉMARCHE À SUIVRE

Pour enlever une racine carrée au dénominateur :

⇒ Soit le dénominateur est composé que **d'une seule racine** alors on **multiplie numérateur et dénominateur par cette racine**

⇒ Sinon on applique l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

□ EXEMPLES

Exemple 1: $A = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$$A = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

On regarde le dénominateur. Seul $\sqrt{2}$ est présent.

$$A = \frac{(2-\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

On multiplie par $\sqrt{2}$ au numérateur et au dénominateur

$$A = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$

On développe et on simplifie

Exemple 2: $B = \frac{5}{3-\sqrt{2}}$

$$B = \frac{5}{3-\sqrt{2}}$$

On regarde le dénominateur.
Cette fois on n'a pas qu'une racine

$$B = \frac{5 \times (3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})}$$

On utilise l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ avec $a=3$ et $b=\sqrt{2}$

$$B = \frac{(15 + 5\sqrt{2})}{3^2 - \sqrt{2}^2}$$

On développe

$$B = \frac{15 + 5\sqrt{2}}{9 - 2}$$

On simplifie

$$= \frac{15 + 5\sqrt{2}}{7}$$