FICHE METHODE ÉQUATIONS-INÉQUATIONS: ÉQUATIONS SIMPLES

Pour résoudre une équation (ou une inéquation), on utilisera toujours le plan suivant :
(1) Ensemble de définition (voir fiche fonctions)
(2) Résolution de l'équation (ou de l'inéquation)
(3) Conclusion

Le but de cette fiche est de détailler des méthodes de résolutions simples (autrement dit le point (2))

I- COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION TRÈS SIMPLE

CE QU'IL FAUT SAVOIR

Pour faire disparaître une **addition,** on fait une **soustraction** dans le membre opposé
Pour faire disparaître une **soustraction,** on fait une **addition** dans le membre opposé
Pour faire disparaître une **multiplication,** on fait une **division** dans le membre opposé
Pour faire disparaître une **division,** on fait une **multiplication** dans le membre opposé

⚠ Changer un terme de côté ne signifie pas changer de signe !!!!!!

DÉMARCHE À SUIVRE

Pour résoudre une équation, on doit regrouper les "x" dans un membre et les nombres dans l'autre.

EXEMPLES

Exemple 1: Résoudre $x+2=0$

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction, ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$x+\mathbf{2}=0$ $x=0-\mathbf{2}=-2$	On doit faire disparaître une **addition** donc on fait une **soustraction** dans le membre opposé
$-2\in D$ $S=\{-2\}$	On conclut

Exemple 2: Résoudre $x-2=0$

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction, ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$x-\mathbf{2}=0$ $x=0+\mathbf{2}=2$	On doit faire disparaître une **soustraction** donc on fait une **addition** dans le membre opposé
$2\in D$ $S=\{2\}$	On conclut

Exemple 3: Résoudre $2x=0$

$D=\mathbb{R}$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction, ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$

$\mathbf{2}x=0$

$x=\frac{0}{\mathbf{2}}=0$

On doit faire disparaître une **multiplication** donc on fait une **division** dans le membre opposé

$0\in D$

$S=\{0\}$

On conclut

Exemple 4: Résoudre $\frac{x}{2}=0$

$D=\mathbb{R}$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction, ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$

$\frac{x}{\mathbf{2}}=0$

$x=0\times\mathbf{2}=0$

On doit faire disparaître une **division** donc on fait une **multiplication** dans le membre opposé

$0\in D$

$S=\{0\}$

On conclut

II- Comment résoudre une équation avec des fractions

Ce qu'il faut savoir

Deux fractions qui ont le même dénominateur sont égales si elles ont le même numérateur

Démarche à suivre

- ⇨ On détermine l'ensemble de définition
- ⇨ On met les fractions au même dénominateur
- ⇨ On supprime les dénominateurs
- ⇨ On développe et on réduit les numérateurs
- ⇨ On regroupe les "x" dans un membre et les nombre dans l'autre
- ⇨ On conclut

Exemples

Exemple 1: Résoudre $\frac{x-1}{2}-\frac{2x+3}{5}=2$

$D=\mathbb{R}$

Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction (avec x) , ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$

$\frac{5(x-1)-2(2x+3)}{10}=\frac{20}{10}$

On met au même dénominateur ici 10

$5(x-1)-2(2x+3)=20$

On supprime les dénominateurs

$5x-5-4x-6=10$

$x-10=20$

On développe et réduit

$x=20+10=30$ On regroupe les "x" et on resout

$30\in D$
$S=\{30\}$
On conclut

Exemple 2: Résoudre $\dfrac{5}{x-1}+\dfrac{2}{x+3}=\dfrac{1}{(x-1)(x+3)}$

l'équation existe
$\Leftrightarrow x-1\neq 0$ et $x+3\neq 0$
$\Leftrightarrow x\neq 1$ et $x\neq -3$
Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition.
Cette fois, il y a une fraction avec des x

$D=\mathbb{R}-\{1;-3\}$

$\dfrac{5(x+3)+2(x-1)}{(x-1)(x+3)}=\dfrac{1}{(x-1)(x+3)}$
On met au même dénominateur ici $(x-1)(x+3)$

$5(x+3)+2(x-1)=1$ On supprime les dénominateurs

$5x+15+2x-2=1$
$7x+13=1$
On développe et réduit

$7x=1-13$
$x=-\dfrac{12}{7}$
On regroupe les "x" et on resout

$-\dfrac{12}{7}\in D$
$S=\left\{-\dfrac{12}{7}\right\}$
On conclut

III- COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DU TYPE $x^2=a$

❑ CE QU'IL FAUT SAVOIR

$x^2=a$
si $a>0$ l'équation admet deux solutions $x=+\sqrt{a}$ ou $x=-\sqrt{a}$
si $a=0$ l'équation admet une seule solution $x=0$
si $a<0$ l'équation n'admet pas de solution

❑ DÉMARCHE À SUIVRE

- ⇨ On détermine l'ensemble de définition
- ⇨ On met l'équation sous la forme $x^2=a$
- ⇨ On regarde le signe de a et on conclut

EXEMPLES

Exemple 1: Résoudre $3x^2=15$

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction (avec x) , ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$x^2=\frac{15}{3}=5$	On met l'équation sous la forme $x^2=a$
5>0	On regarde le signe de a ici 5 5>0 donc deux solutions
$x=\sqrt{5}\in D$ ou $x=-\sqrt{5}\in$ D	On résout
$S=\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$	On conclut

Exemple 2: Résoudre $3(3x+1)^2=27$

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction (avec x) , ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$(3x+1)^2=\frac{27}{3}=9$	On met l'équation sous la forme $x^2=a$
9>0	On regarde le signe de a ici 9 9>0 donc deux solutions
$3x+1=3$ ou $3x+1=-3$ $3x=3-1$ ou $3x=-3-1$ $x=\frac{2}{3}\in D$ ou $x=-\frac{4}{3}\in D$	On résout ($\sqrt{9}=3$)
$S=\left\{\frac{2}{3};-\frac{4}{3}\right\}$	On conclut

IV- COMMENT RÉSOUDRE UNE ÉQUATION PAR FACTORISATION

CE QU'IL FAUT SAVOIR

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul :
$ab=0 \Leftrightarrow a=0$ ou $b=0$

DÉMARCHE À SUIVRE

- On détermine l'ensemble de définition
- On regroupe tous les termes dans un seul membre, l'autre est par suite nul
- On factorise
- On résout
- On conclut

EXEMPLES

Exemple 1: Résoudre $(2x+1)(x-2)=(x-2)(3x+5)$

Ne jamais simplifier par un terme contenant l'inconnue !!! ici $(x-2)$

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction (avec x) , ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$(2x+1)(x-2)-(x-2)(3x+5)=0$	On regroupe tous les termes dans un membre
$(x-2)[(2x+1)-(3x+5)]=0$ $(x-2)(2x+1-3x-5)=0$ $(x-2)(-x-4)=0$	On factorise par $x-2$
$x-2=0$ ou $-x-4=0$ $x=2\in D$ ou $x=-4\in D$	On résout
$S=\{-4;2\}$	On conclut

Exemple 2: Résoudre $x^2=x$

Ne jamais simplifier par un terme contenant l'inconnue !!! ici x

$D=\mathbb{R}$	Toujours commencer par déterminer l'ensemble de définition: pas de fraction (avec x) , ni racine, ni ln donc $\mathbb{R}$
$x^2-x=0$	On regroupe tous les termes dans un membre
$x(x-1)=0$	On factorise par x
$x=0$ ou $x-1=0$ $x=0\in D$ ou $x=1\in D$	On résout
$S=\{0;1\}$	On conclut