DS N°1

Ex n°1

a] $7x^3 - x^2 = x^2 \times 7x - x^2 \times 1 = x^2(7x-1)$

b] $(x+1)(3x-1) + 5x + 5 = (x+1)(3x-1) + (x+1)\times 5 = (x+1)\left[(3x-1)+5\right] = (x+1)(3x+4)$

c] $9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2\times 3x \times 2 + 2^2 = (3x-2)^2$

Ex n°2

a] $\dfrac{x^5}{x^{10}} \times x^4 = x^{5-10} \times x^4 = x^{-5} \times x^4 = x^{-5+4} = x^{-1}$

b] $\dfrac{3}{\frac{1_{\times 3}}{2_{\times 3}} + \frac{2_{\times 2}}{3_{\times 2}}} = \dfrac{3}{\frac{3}{6} + \frac{4}{6}} = \dfrac{3}{\frac{7}{6}} = 3 \times \dfrac{6}{7} = \dfrac{18}{7}$

c] $\dfrac{\sqrt{32}}{2} = \dfrac{\sqrt{16\times 2}}{2} = \dfrac{\sqrt{16}\times\sqrt{2}}{2} = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\cancel{2}\times 2\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2\sqrt{2}$

Ex n°3

a] $3 - 5x < 1$

-3

$\Leftrightarrow \quad -5x < -2$

$\div(-5) < 0$

$\Leftrightarrow \quad x > \dfrac{-2}{-5}$

$\Leftrightarrow \quad x > \dfrac{2}{5}$

Donc les solutions de $3 - 5x < 1$ sont $x \in \left]\dfrac{2}{5}; +\infty\right[$

b] $\dfrac{7x-2}{x+1} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 2 = 0 \\ \text{et } x + 1 \neq 0 \end{cases}$

$7x - 2 = 0 \quad)+2$

$\Leftrightarrow 7x = 2 \quad)\div 7$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2}{7}$

$x + 1 \neq 0 \quad)-1$

$\Leftrightarrow x \neq -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2}{7} \\ \text{et } x \neq -1 \end{cases}$

Donc la solution de $\dfrac{7x-2}{x+1} = 0$ est $x = \dfrac{2}{7}$

c] $x^3 = 4x^2$ $\quad -4x^2$

$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 \times x - x^2 \times 4 = 0$ → Il faut factoriser

$\Leftrightarrow x^2(x-4) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ \text{ou} \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = 4 \end{cases}$

Donc les solutions de $x^3 = 4x^2$ sont $x = 0$ et $x = 4$.

d] $\dfrac{2}{x} \leq 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{x} - \dfrac{3^{\times x}}{1_{\times x}} \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{x} - \dfrac{3x}{x} \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2-3x}{x} \leq 0$

On fait maintenant un tableau de signes :

x	$-\infty$	0		$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$2-3x$	$+$		$+$	0	$-$
x	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{2-3x}{x}$	$-$	‖	$+$	0	$-$

$2-3x \geq 0$

$\Leftrightarrow -3x \geq -2$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$

$x \geq 0$

Donc les solutions de $\frac{2}{x} \leq 3$ sont $x \in]-\infty;0[\cup [\frac{2}{3};+\infty[$.

Ex n°4

$A = (8x-2)\sqrt{x}$

x	0		$1/4$		$+\infty$
$8x-2$		$-$	0	$+$	
$\sqrt{x}$		$+$		$+$	
A		$-$	0	$+$	

$8x - 2 \geq 0$ $\quad +2$

$\Leftrightarrow 8x \geq 2$ $\quad \div 8 \oplus$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$

$\sqrt{x} \geq 0$ toujours le cas.

Ex n°5

a]

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$6-3x$	$+$		$+$	0	$-$
$2x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{6-3x}{2x+1}$	$-$	‖	$+$	0	$-$

$6 - 3x \geq 0$ $\quad -6$

$\Leftrightarrow -3x \geq -6$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{-6}{-3}$ $\quad \div(-3) < 0$

$\Leftrightarrow x \leq 2$

$2x + 1 \geq 0$ $\quad -1$

$\Leftrightarrow 2x \geq -1$ $\quad \div 2 > 0$

$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

Donc les solutions de $\frac{x+8}{2x+1} \geq 2$ sont $x \in]-\frac{1}{2};2]$.

b] $\dfrac{x+8}{2x+1} \geq 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+8}{2x+1} - \dfrac{2^{\times(2x+1)}}{1_{\times(2x+1)}} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+8}{2x+1} - \dfrac{2(2x+1)}{2x+1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+8-2(2x+1)}{2x+1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+8-4x-2}{2x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{6-3x}{2x+1} \geq 0$