

Concours BLANC N°1

Ex n°1

a) $2n = 0$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0}{2}$$

$$\Leftrightarrow n = 0$$

b) $(n-3)(n^2+5) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n-3=0 \\ \text{ou} \\ n^2+5=0 \end{cases}$$

$$a=1 \ b=0 \ c=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times 5 = -20 < 0$$

Pas de racine

$$\Leftrightarrow n-3=0$$

$$\Leftrightarrow n=3$$

c) $n^2+n+3 = 2n-7$

$$\Leftrightarrow n^2+n+3 - 2n + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n + 10 = 0$$

$$a=1 \ b=(-1) \ c=10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 1 - 40 = -39 < 0$$

Pas de racine!

L'équation ne possède pas de solution.

d) $n-1 = \frac{6}{n-2} \Leftrightarrow \frac{(n-1)}{x(n-1)} - \frac{6}{n-2} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)^2}{n-2} - \frac{6}{n-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n^2 - 2n + 1}{n-1} - \frac{6}{n-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n^2 - 2n - 3}{n-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 2n - 3 = 0 \\ \text{et } n-1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \quad b = -2 \quad c = -3 \\ \Delta &= b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) \\ &= 4 + 12 = 16 > 0 \end{aligned}$$

2 racines

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 4}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$\Leftrightarrow n = -1 \text{ ou } n = 3$$

e) $(n-3)^2 = (n+1)^2 \Leftrightarrow (n-3)^2 - (n+1)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow [(n-3) - (n+1)] \times [(n-3) + (n+1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow [n-3 - n - 1] \times [n-3 + n + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow [-4] \times [2n - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 0 \rightarrow \text{Impossible} \\ \text{ou} \\ 2n - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2n - 2 = 0 \Leftrightarrow n = 1$$

$$1] 5\sqrt{n} - n\sqrt{n} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{n}(5-n) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{n} = 0 \\ \text{ou} \\ 5-n = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ \text{ou} \\ n = 5 \end{cases}$$

Ex n°2

a] $f_1(x) = 7x^2 - 6x$ f_2 est une fonction polynôme
donc $Df_2 = \mathbb{R}$

b] $f_2(x) = \sqrt{3x-6}$ Il faut que $3x-6 \geq 0$

$$\Leftrightarrow 3x \geq 6 \quad | :3$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{3} \quad | \oplus$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2$$

Donc $Df_2 = [2; +\infty[$

c] $f_3(x) = \frac{3x}{x+3}$ Il faut que $x+3 \neq 0$
On résout $x+3=0$

$$\begin{aligned} a &= 1 & b &= 0 & c &= 3 \\ \Delta &= b^2 - 4ac \end{aligned}$$

$$= 0^2 - 4 \times 1 \times 3 = -12 < 0$$

Pas de racine.

(Donc $x+3$ ne s'annule jamais.)

d] $f_4(x) = \sqrt{x} - \sqrt{1-x}$ Il faut que $\begin{cases} x \geq 0 \\ \text{et} \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \text{et} \\ -x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \text{et} \\ x \leq 1 \end{cases}$

Ainsi $D_{f_4} = [0; 1]$

c) $f_5(u) = \sqrt{u^3 - u^2 + 2u - 2}$ Il faut que $\underbrace{u^3 - u^2 + 2u - 2}_{P(u)} > 0$

→ On cherche la racine évidente de P.

$$P(1) = 1^3 - 1^2 + 2 \cdot 1 - 2 = 0$$

→ Div. euclidienne :

$$\begin{array}{c|cc} & n-1 \\ \hline -\left(\frac{u^3 - u^2 + 2u - 2}{u^2 + 2}\right) & n^2 + 2 \\ -\left(\frac{0 + 2u - 2}{2u - 2}\right) & \end{array}$$

Donc $u^3 - u^2 + 2u - 2 = (n-1)(u^2 + 2)^0$

Ainsi

	$-\infty$	1	$+\infty$
$n-1$	-	0	+
$u^2 + 2$	+	+	
$P(u)$	-	+	

$$\Rightarrow n-1=0 \Leftrightarrow n=1$$

$$\Rightarrow u^2 + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -8 < 0$$

Pas de racine!

Donc $P(u) > 0 \Leftrightarrow u > 1$

Donc $D_{f_5} = [1; +\infty[$

f) $f_6(u) = \frac{\sqrt{u-3}}{u^2 - 6u}$

Il faut que $\begin{cases} u-3 > 0 \\ \text{et } u^2 - 6u \neq 0 \end{cases}$

$$n-3 > 0 \Leftrightarrow n > 3$$

$$a=1 \quad b=-h \quad c=0$$

Dans l'absence de racines réelles

$$n^2 - hn = 0 \rightarrow D = (-h)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 16 > 0 \text{ 2 racines}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(h) - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{h-h}{2} = 0$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(h) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{h+h}{2} = h$$

Ainsi il faut que $\begin{cases} n > 3 \\ \text{et } n \neq 0 \text{ et } n \neq h \end{cases}$

inutile

Ainsi :

$$\Delta f_b = [3; h[\cup]h; +\infty[$$

Ex n°3

$$\textcircled{1} \quad \text{a}] \quad A = 3(n-5) - [(n+1)(ln-1)]$$

$$\begin{aligned} &= 3n - 15 - [2n^2 - n + 2n - 1] \\ &= 3n - 15 - 2n^2 + n - 2n + 1 \\ &= -2n^2 + 2n - 14 \end{aligned}$$

$$\text{b}] \quad B = \left(2n - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$= (2n)^2 - 2 \times 2n \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 4n^2 - 2n + \frac{1}{4}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{a}] \quad C = (n+3)(2n-3) + n+3$$

$$= (n+3)(2n-3) + (n+3) \times 1$$

$$= (n+3)[2n-3+1]$$

$$= (n+3)(2n-2)$$

$$\text{b}] \quad D = (1-n)^2 - 25$$

$$= (1-n)^2 - 5^2$$

$$= [(1-n)-5] \times [(1-n)+5]$$

$$= (-6-n)(6-n)$$

$$\textcircled{3} \quad \text{a)} \quad E = \frac{3\sqrt{20}}{4} = \frac{3\sqrt{4 \times 5}}{4} = \frac{3\sqrt{4}\sqrt{5}}{4} \\ = \frac{3 \times 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{b)} \quad F = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} \\ = \frac{1 \times (n+1)(n+2)}{n(n+1)(n+2)} + \frac{n(n+2)}{n(n+1)(n+2)} + \frac{n(n+1)}{n(n+1)(n+2)} \\ = \frac{n^2 + 2n + n + 2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n^2 + 3n + 2}{n(n+1)(n+2)} \\ = \frac{3n^2 + 6n + 2}{n(n+1)(n+2)}$$

Ex n° 4

$$\text{a)} \quad n - 5 > 3n + 2$$

$$\Leftrightarrow n - 3n > 2 + 5 \\ \Leftrightarrow -2n > 7 \\ \Leftrightarrow n < -\frac{7}{2} \quad \div (-2) \quad \textcircled{1}$$

$$\text{b)} \quad -3n^2 + n - 6 > 0$$

$$a = (-3) \quad b = 1 \quad c = (-6) \\ \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-3) \times (-6) \\ = 1 - 72 = -71 < 0 \quad \text{pas de racine}$$

$$\begin{array}{c|cc} n & -\infty & +\infty \\ \hline -3n^2 + n - 6 & - & - \end{array}$$

Donc $-3n^2 + n - 6 > 0$ n'a pas de solution.

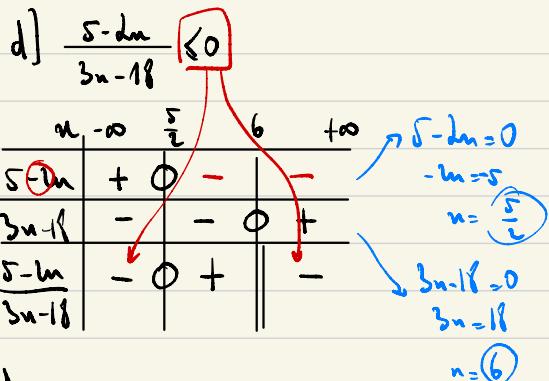
$$\text{c)} \quad 2n^2 + 6n - 6 < n^2 + 3n - 1 \\ \Leftrightarrow 2n^2 - n^2 + 6n - 3n - 6 + 1 < 0 \\ \Leftrightarrow n^2 + 3n - 5 < 0 \\ a = 1 \quad b = 3 \quad c = (-5) \\ \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-5) \\ = 9 + 20 = 36 > 0 \quad \text{2 racines}$$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-3 - \sqrt{36}}{2} = \frac{-3 - 6}{2} = \frac{-9}{2} = \textcircled{5}$$

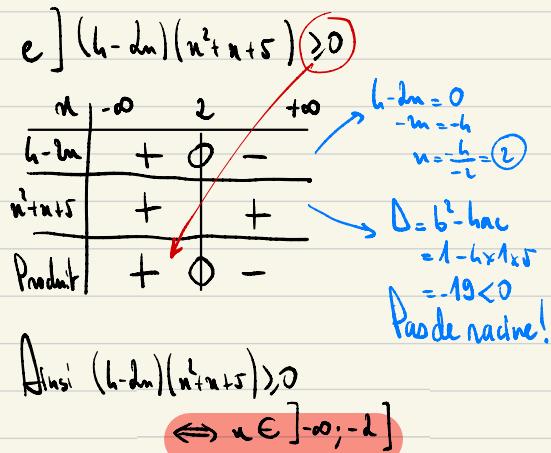
$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-3 + 6}{2} = \frac{3}{2} = \textcircled{1}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} n & -\infty & -5 & 1 & +\infty \\ \hline n^2 + 3n - 5 & + & \emptyset & - & \emptyset & + \end{array}$$

Donc $n^2 + 3n - 5 < 0 \Leftrightarrow n \in [-5; 1]$



Donc $\frac{5-dn}{3n-18} < 0 \Leftrightarrow n \in]-\infty; \frac{5}{2}] \cup [6; +\infty[$



$$\text{d)} n-1 > -\frac{2}{n+2}$$

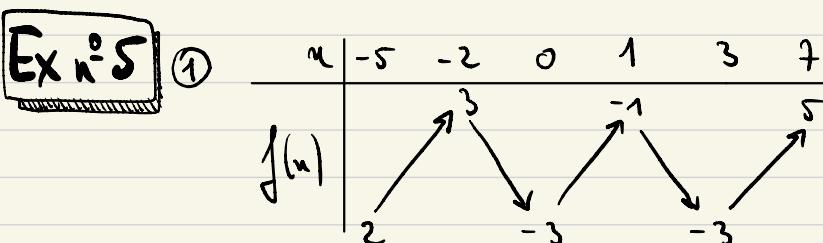
$$\Leftrightarrow n-1 + \frac{2}{n+2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)(n+2)}{n+2} + \frac{2}{n+2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n^2+n-n-2}{n+2} + \frac{2}{n+2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n^2+n}{n+2} > 0$$

Donc $n-1 > -\frac{2}{n+2} \Leftrightarrow n \in]-2; -1] \cup [0; +\infty[$



② L'image du 1 vaut -1 et celle de 3 vaut -3

③ Les antécédents de 1 par f sont $n \leq -1,7$ et $n \geq 6,3$

④ $f(n) \geq 2 \iff n \in [-5, -2] \cup [6, +\infty)$

⑤ Le maximum de f vaut 5, atteint en $n=7$
Le minimum de f vaut -3, atteint en $n=0$ et en $n=3$

Ex n°6

① $C(1) = 1^2 + 3 \times 1 + 8 = 1 + 3 + 8 = 12$

Pour 1 objet fabriqué, le coût de production est de 12€

② On résout $C(n) = 26 \iff n^2 + 3n + 8 = 26$
 $\iff n^2 + 3n + 8 - 26 = 0$
 $\iff n^2 + 3n - 18 = 0$ $a=1$ $b=3$ $c=-18$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 1 \times (-18) = 9 + 72 = 81 > 0$$

Donc $n_1 = \frac{-3 - 9}{2} = \frac{-12}{2} = -6$ et $n_2 = \frac{-3 + 9}{2} = \frac{6}{2} = 3$

↑ impossible de fabriquer -6 objets !

Donc, pour un coût de 26€, il faut fabriquer 3 objets.

③ On a $R(n) = 9n$

④ $B(n) = R(n) - C(n) = 9n - (n^2 + 3n + 8)$
 $= 9n - n^2 - 3n - 8$
 $= -n^2 + 6n - 8$

⑤ On calcule $D = b^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = 36 - 32 = 4 > 0$

$$x_1 = \frac{-b - 2}{-2} = \frac{-6 - 2}{-2} = 4 \quad x_2 = \frac{-b + 2}{-2} = \frac{-6 + 2}{-2} = 2$$

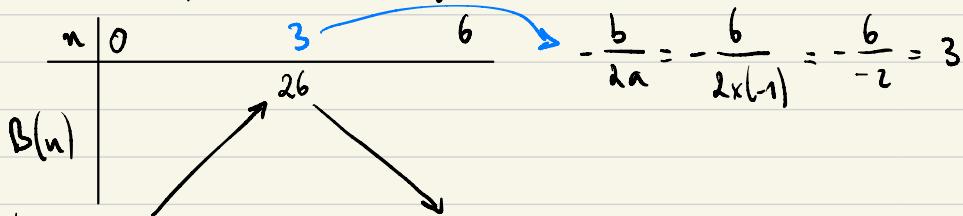
Ainsi

n	0	2	4	6
$B(n)$	-	0	+	+

Donc $B(n) > 0 \Leftrightarrow n \in]2, 4[$

Ainsi l'entreprise réalise un bénéfice seulement quand elle produit 3 objets.

⑥ B est un polynôme du 2^e degré et $a < 0$



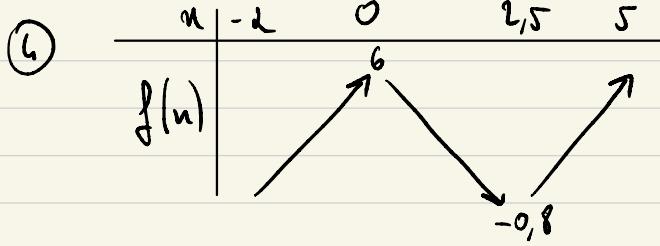
⑦ D'après les questions précédentes, le bénéfice est maximal si l'entreprise produit 3 objets. Ce bénéfice sera alors de 26 €.

Ex n°7

Première ① $f(x)=0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 2, 3\}$

② $f(n) \leq 4 \Leftrightarrow n \in [-1, 2] \cup [1, 3]$

③ $f(1) = 4$ et les antécédents de 2 sont $n = -0,8$ / $n = 1,5$ / $n = 3,4$



⑤ La courbe n'est pas une parabole en effet.

PARTIE B ① $a_3 = 1 \quad a_2 = -4 \quad a_1 = 1 \quad a_0 = 6$

② $f(2) = 2^3 - 4 \times 2^2 + 2 + 6 = 8 - 16 + 8 = 16 - 16 = 0$

③ $u=2$ est une racine de f donc :

$$\begin{array}{r} u^3 - 4u^2 + u + 6 \\ -(u^3 - 2u^2) \\ \hline -2u^2 + u + 6 \\ -(-2u^2 + bu) \\ \hline -3u + 6 \\ -(-3u + b) \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} u-2 \\ u^2 - 2u - 3 \end{array} \right.$$

Donc $f(u) = (u-2)(u^2 - 2u - 3)$

④ Ainsi $f(u) = 0 \Leftrightarrow (u-2)(u^2 - 2u - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u-2=0 \rightarrow u=2 \\ \text{ou} \\ u^2 - 2u - 3 = 0 \rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) \\ a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &= 4 + 12 \\ &= 16 > 0 \quad 2 \text{ racines} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2 - 4}{2} = -\frac{2}{2} = 1 \\ u_2 &= \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

Dom $f(n) = 0 \Leftrightarrow n \in \{-1, 2, 3\}$

(5)

n	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$n-2$	-	-	+	+	
$n^2 - 2n - 3$	+	0	-	0	+
$f(n)$	-	0	+	0	+

$$n-2=0 \Leftrightarrow n=2$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = -1 \text{ or } n = 3$$