

ECT1 - CONCOURS BLANC N°1

Durée : 4 heures.

Documents et calculatrices interdits.

Les résultats doivent obligatoirement être encadrés (ou surlignés).

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes (on précisera les valeurs interdites si il y en a).

a) $2x = 0$

d) $x - 1 = \frac{4}{x - 1}$

b) $(x - 3)(x^2 + 5) = 0$

e) $(x - 3)^2 = (x + 1)^2$

c) $x^2 + x + 3 = 2x - 7$

f) $5\sqrt{x} - x\sqrt{x} = 0$

Exercice 2

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes.

a) $f_1(x) = 7x^2 - 6x$

d) $f_4(x) = \sqrt{x} - \sqrt{1 - x}$

b) $f_2(x) = \sqrt{3x - 6}$

e) $f_5(x) = \sqrt{x^3 - x^2 + 2x - 2}$

c) $f_3(x) = \frac{3x}{x^2 + 3}$

f) $f_6(x) = \frac{\sqrt{x - 3}}{x^2 - 4x}$

Exercice 3

1. Développer les expressions suivants :

a) $A = 3(x - 5) - (x + 1)(2x - 1)$

b) $B = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

a) $C = (x + 3)(2x - 3) + x + 3$

b) $D = (1 - x)^2 - 25$

3. Simplifier les expressions suivantes :

a) $E = \frac{3\sqrt{20}}{4}$

b) $F = \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{x + 2}$

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes.

a) $x - 5 > 3x + 2$

b) $-3x^2 + x - 6 > 0$

c) $2x^2 + 6x - 6 \leq x^2 + 2x - 1$

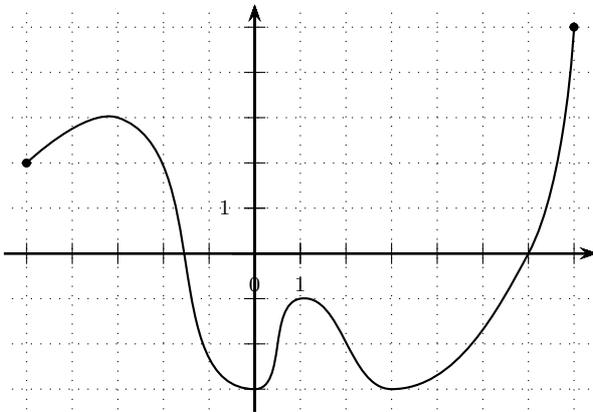
d) $\frac{5 - 2x}{3x - 18} \leq 0$

e) $(4 - 2x)(x^2 + x + 5) \geq 0$

f) $x - 1 > -\frac{2}{x + 2}$

Exercice 5

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5, 7]$.



1. Dresser le tableau de variation de f .
2. Déterminer les images de 1 et de 3.
3. Déterminer les antécédents de 1 et de 4.
4. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 2$.
5. Déterminer les extremums de f .

Exercice 6

Une entreprise fabrique chaque jour x objets avec $x \in [0; 6]$. Le coût total de production de ces objets, exprimés en euros, est donné par:

$$C(x) = x^2 + 3x + 8$$

1. Calculer $C(1)$. Interpréter le résultat obtenu en fonction de l'énoncé.
2. Calculer le nombre d'objet fabriqués pour un cout de production égale à 26 euros.
3. Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 9 euros.
Calculer, en fonction de x , la recette $R(x)$.
4. Justifier que le bénéfice réalisé pour la production et la vente de x objets est donné, pour $x \in [0; 60]$, par :

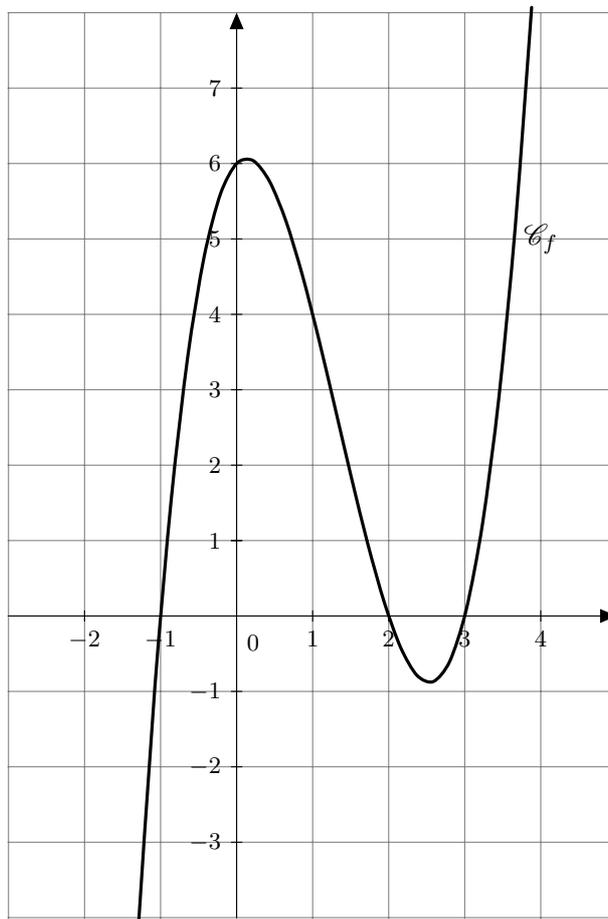
$$B(x) = -x^2 + 6x - 8.$$

5. Résoudre l'inéquation $B(x) > 0$. Interpréter dans le cadre de l'énoncé.
6. Dresser, en justifiant, le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$.
7. En déduire la quantité à produire et vendre permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal.
Quel est ce bénéfice maximal?

Exercice 7

Partie A : Étude graphique.

Soit f une fonction dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée par :



1. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$.
2. Résoudre graphiquement $f(x) \leq 4$.
3. Donner l'image de 1 par f et les antécédents de 2 .
4. Donner le tableau de variation de f (on se placera sur l'intervalle $[-2; 5]$).
5. On nous dit que la fonction f n'est pas un polynôme de degré 2. Justifier votre réponse.

Partie B : Étude analytique.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on considère le polynôme $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$.

1. Donner les coefficients de f .
2. Calculer $f(2)$.
3. En déduire une factorisation de f .
4. Résoudre $f(x) = 0$.
5. Donner le tableau de signe de f .