.

Vocabulaire des Suites

Nous proposons ici un lexique spécifique aux suites. Les définitions ne sont pas triées en ordre alphabétique mais plutôt dans un ordre qui suppose connu les définitions précédantes pour chaque nouvelle lecture de définition.

Généralités : Rappel de premier semestre

- **Suite** : Une fonction de $\mathbb{N}$ dans un ensemble E pour laquelle on préfère souvent écrire u_n au lieu de $u(n)$
- **Suite Numérique** : Une suite d'éléments de E avec $E \subset \mathbb{R}$
- **Suite constante** : Toute suite vérifiant $\exists c \in E \ \ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = c$
- **Termes** : Tout élément u_n image de n par la suite u
- **Indice / Rang** : Tout antécédant n d'un terme u_n.
- **Terme initial** : Fait référence à u_0 en général.
  Remarque : Si la suite n'est pas définie pour les entiers n de 0 à $p \in \mathbb{N}$, alors c'est l'entier $n_0 = p + 1$ qui devient indice du terme initial.

Suites et locution *à partir d'un certain rang*

— Certaines suites ne sont définies pour les premiers entiers. Si l'on connait pas exactement la valeur du terme initial ni son rang, on peut toujours exprimer la locution *pour n à partir d'un certain rang* pour parler de termes définis.

— Le vocabulaire et les définitions s'appliquant aux suites peuvent toujours se réécrire *à partir d'un certain rang* en remplaçant les quantifications $\forall n \in \mathbb{N}$ par $\forall n \geq n_0$ où n_0 est un entier naturel pour lequel on peut assurer l'existence.

Pour les suites numériques :

- **Suite croissante** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} \geq u_n$
- **Suite strictement croissante** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} > u_n$
- **Suite décroissante** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} \leq u_n$
- **Suite strictement décroissante** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} < u_n$
- **Suite monotone** : Suite étant soit croissante, soit décroissante.
- **Suite strictement monotone** : Suite étant soit strictement croissante, soit strictement décroissante.
- **Suite majorée** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\exists M \in \mathbb{R} \ \ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \leq M$
- **Suite minorée** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $\exists m \in \mathbb{R} \ \ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \geq m$
- **Suite bornée** : Suite étant à la fois majorée et minorée
- **Suite convergente** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant $\exists l \in \mathbb{R} \quad \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$

- **Suite divergente** : Suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ non convergente ne vérifiant pas $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$
  Remarque : Chez certains auteurs, ou dans certains champs particuliers comme l'étude des séries, on peut trouver la locution *diverge vers l'infini* pour les cas $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$

Suites particulières :

- **Suite arithmétique de raison** r : Le réel r étant fixé, suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ numérique vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = u_n + r$
  Vocabulaire : On pourra dire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique dès lors qu'il existe $r \in \mathbb{R}$ pour lequel $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique de raison r.

- **Propriété Caractéristique** : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 si, et seulement si, elle vérifie : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 + nr$

  Variations des suites arithmétiques : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant arithmétique de raison $r \in \mathbb{R}$, on a :
  - Si $r \geq 0$ alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante
  - Si $r \leq 0$ alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante
- **Suite géométrique de raison** q : Le réel q étant fixé, suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ numérique vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = q \times u_n$
  Vocabulaire : On pourra dire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique dès lors qu'il existe $q \in \mathbb{R}$ pour lequel $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison q.

- **Propriété Caractéristique** : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est arithmétique de raison r et de premier terme u_0 si, et seulement si, elle vérifie : $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n = u_0 \times q^n$

  Variations des suites géométrique : La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant géométrique de raison $q \in \mathbb{R}$ et premier terme u_0, on a :

	$q < 0$	$0 \leq q \leq 1$	$q \geq 1$
$u_0 \geq 0$	alternées	décroissante	croissante
$u_0 \leq 0$	alternées	croissante	décroissante