

Interrogation $I_5(A)$

Exercice I : analyse

1. Calculer les limites suivantes :

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x^3 + 3x^4}{2 + 5x^4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{1 - x}$

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{1 - u_n}{2 + u_n}$$

(a) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N} \ u_n \in [0; 1]$

(b) Ecrire un script Python qui prend n en entrée et qui renvoie la valeur de u_n

Exercice II : probabilités

On considère une urne dans laquelle on dispose de 2 boules blanches et de N boules noires (avec $N \in \mathbb{N}^*$). On tire successivement, et avec remise, deux boules de cette urne.

Déterminer la probabilité d'obtenir au moins une boule blanche.

Interrogation $I_5(B)$

Exercice I : analyse

(a) Calculer les limites suivantes :

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x^3}{1 - x^2 + x^4}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x - \sqrt{x}}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x^3 + 7x^4}{2x - x^2}$

(b) Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{2 + u_n}{3 + u_n}$$

i. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N} \ u_n \in [0; 1]$

ii. Ecrire un script Python qui prend n en entrée et qui renvoie la valeur de u_n

Exercice II : probabilités

On dispose de trois dés équilibrés non truqués, aux faces numérotées par des entiers consécutifs (en commençant par "un")

L'un a 6 faces, le second a 12 faces et le dernier a 20 faces.

Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux scores indentiques sur ces trois dés en les lançant tous en même temps.